

## **Análisis crítica de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg**

André Michaud

Service de Recherche Pédagogique

→ [Click here for English version](#)

→ [Cliquer ici pour version française](#)

→ [Hier anklicken für die Deutsche Fassung](#)

**Resumen:** Análisis de las etapas iniciales del proceso lógico seguido por Louis de Broglie para establecer la ecuación de onda de fase del electrón en su tesis de 1924, que desencadenó el desarrollo de la mecánica ondulatoria cuando Erwin Schrödinger formalizó este concepto con su ecuación de onda vectorial. Este desarrollo fue seguido poco después por la Mecánica Cuántica, cuando Schrödinger demostró que la Mecánica Matricial desarrollada independientemente por Werner Heisenberg era equivalente a la Mecánica Ondulatoria; ambas teorías dejando cierto margen de incertidumbre en cuanto a la ubicación física del electrón en movimiento. Esto es lo que llevó a Heisenberg a formalizar también el Principio de Incertidumbre para tener en cuenta esta situación. Este principio pronto se consideró un principio axiomático fundamental que parecía imposibilitar cualquier exploración ulterior del nivel subatómico de magnitud para la mayoría de los investigadores. En este artículo, analizaremos la razón por la que la velocidad de la onda de fase establecida por de Broglie generaba esta incertidumbre en la localización del electrón en movimiento, a la luz del estado actual del conocimiento sobre el comportamiento del electrón en movimiento, con vistas a establecer la relevancia de mantener el Principio de Incertidumbre en el estudio del nivel subatómico de magnitud.

Análisis del uso histórico de la frecuencia incorrecta, que dio lugar al concepto de grupo de ondas para representar la energía del momentum del electrón, desarrollado por Louis de Broglie, y al Principio de incertidumbre desarrollado por Werner Heisenberg.

**Palabras clave:** Velocidad de la onda de fase; Mecánica ondulatoria; Mecánica matricial; Mecánica cuántica; Principio de incertidumbre.

Este artículo se publicó en el *Journal of Modern Physics* en mayo de 2024:

Michaud, A. (2024) *Critical Analysis of the Origins of Heisenberg's Uncertainty Principle*. *Journal of Modern Physics*. **15**, 765-795. doi: [10.4236/jmp.2024.156034](https://doi.org/10.4236/jmp.2024.156034).

[https://www.scirp.org/pdf/jmp2024156\\_17505289.pdf](https://www.scirp.org/pdf/jmp2024156_17505289.pdf)

### **Otros artículos en el mismo proyecto:**

[INDEX - Mecánica electromagnética – El modelo de los 3-espacios](#)

Aquí está la versión en español del artículo:

## Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg

### 1. Introducción

Parece que Heisenberg formalizó este principio porque consideraba que su derrota personal al intentar comprender el nivel subatómico más claramente de lo que era posible con su método de la Mecánica matricial [1], aparentemente confirmado por el problema causado por la velocidad calculada para la *onda de fase* de de Broglie, estableció, desde su punto de vista, una imposibilidad objetiva para la humanidad en su conjunto de comprender nunca el nivel subatómico con mayor claridad. Así pues, dado su inmenso estatus como uno de los físicos más importantes del siglo XX, su actitud desalentó indebidamente la continuación de las investigaciones en este campo, obstaculizando gravemente la investigación fundamental destinada a comprender mejor la naturaleza de las partículas elementales a lo largo del siglo pasado:

*"No puede haber una descripción visual de la estructura del átomo, porque tal descripción – precisamente por ser visual – tendría que utilizar los conceptos de la física clásica, conceptos que ya no nos permiten captar los fenómenos. Comprenderán que, al intentar crear una teoría de este tipo, emprendemos una tarea a priori imposible. Porque tenemos que decir algo sobre la estructura atómica, pero no disponemos de un lenguaje con el que hacernos entender."*

Werner Heisenberg (1969) [2]

Esta certeza injustificada sobre la supuesta incapacidad de la humanidad para comprender con mayor claridad el nivel subatómico acabó calando tan hondo en los procesos de pensamiento incluso de colaboradores del más alto nivel de la física fundamental que algunos de ellos llegaron hasta el punto de desaconsejar abiertamente este tipo de investigación. El comentario de uno de los principales contribuyentes a la física fundamental en su artículo fundacional de 1949 lo ilustra perfectamente [3]:

*"In many problems, for example, the close collisions of particles, we are not interested in the precise temporal sequence of events. It is of no interest to be able to say how the situation would look at each instant of time during a collision and how it progresses from instant to instant."*

Richard Feynman (1949) ([3] p. 771)

*"En muchos problemas, por ejemplo, las colisiones cercanas de partículas, no nos interesa la secuencia temporal precisa de los acontecimientos. No interesa poder decir cómo sería la situación en cada instante de tiempo durante una colisión y cómo progresa de instante en instante."*

Sucede que fue una decisión tomada en 1907 por la comunidad científica, durante el proceso de adopción de la teoría de la Relatividad Especial, de ignorar un descubrimiento experimental confirmado sobre el comportamiento de los electrones en proceso de aceleración a nivel subatómico, que parecía insignificante en aquel momento y que ya estaba prácticamente olvidado 20 años más tarde en el ámbito de la física teórica, al haber suscitado muy pocas objeciones – principalmente por parte de Max Abraham y Walter Kaufmann durante un tiempo – lo que parece haber sido la causa directa del desarrollo de este Principio que, de hecho, actuó como un sustituto compensatorio impreciso de esa característica ahora olvidada pero claramente definida del electrón en movimiento, que,

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

curiosamente, la comunidad de los ingenieros ha utilizado sin embargo constantemente en todas las aplicaciones que requerían la guía de electrones en movimiento libre, desde que la ecuación de la fuerza de Lorentz utilizada para establecer esta característica había demostrado ser correcta para su aplicación al movimiento de partículas elementales, como el electrón.

Esta decisión de 1907 fue tomada por la comunidad a la luz de esa observación de Einstein, con la que aparentemente estaban de acuerdo la mayoría de los científicos de la época:

*"Herr Kaufmann has determined the relation between [electric and magnetic deflection] of  $\beta$ -rays with admirable care. ... Using an independent method, Herr Planck obtained results which fully agree with Kaufmann. ... It is further to be noted that the theories of Abraham and Bucherer yield curves which fit the observed curve considerably better than the curve obtained from relativity theory. However, in my opinion, these theories should be ascribed a rather small probability because their basic postulates concerning the mass of the moving electron are not made plausible by theoretical systems which encompass wider complexes and phenomena."*

Albert Einstein (1907) ([4], p. 159)

*"Herr Kaufmann ha determinado la relación entre [la desviación eléctrica y magnética] de los rayos  $\beta$  con un cuidado admirable. ... Utilizando un método independiente, Herr Planck obtuvo resultados que concuerdan perfectamente con los de Kaufmann. ... También hay que señalar que las teorías de Abraham y Bucherer dan curvas que se ajustan a la curva observada mucho mejor que la curva obtenida por la teoría de la relatividad. Sin embargo, en mi opinión, a estas teorías hay que darles una probabilidad bastante baja porque sus postulados básicos referentes a la masa del electrón en movimiento no se hacen plausibles mediante sistemas teóricos que abarquen complejos y fenómenos mayores."*

Debido al descuido de esta característica probada del movimiento de los electrones en la comunidad de la física fundamental, que concierne a su comportamiento electromagnético como se analiza en la Referencia [5], la incertidumbre resultante sobre la ubicación del electrón en el átomo de hidrógeno no se resolvió en aquel momento y siguió siendo endémica en la comunidad de física teórica, incluso antes de que Heisenberg formalizara el concepto.

Esta información sobre la decisión de 1907 no salió a la luz hasta 1982, con la publicación de la biografía de Einstein escrita por Abraham Pais [4], que reagrupaba las referencias a la mayor parte de la correspondencia y de los artículos que Einstein escribió a lo largo de su vida. Que este autor sepa, ninguna otra fuente de la literatura científica mencionó nunca esta decisión.

En 1923, la teoría cuántica había llegado a un callejón sin salida porque, si bien el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno explicaba satisfactoriamente su espectro energético, tropezaba con dificultades extremas para explicar el comportamiento de los dos electrones del átomo de helio, entre otros problemas.

Los primeros avances significativos más allá del modelo idealizado de Bohr en la

### Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg

comprensión del comportamiento mecánico del electrón en el átomo de hidrógeno fueron realizados por Louis de Broglie en 1924 con su tesis doctoral [6] [7], e independientemente en 1925 por Werner Heisenberg con su Mecánica Matricial [1]. En 1926, particularmente impresionado por la teoría de la *onda de fase* de de Broglie, considerada en una región de energía potencial cero, Erwin Schrödinger demostró que estas dos teorías eran equivalentes, desarrollando su ecuación de onda vectorial basada en este concepto de *onda de fase*, que implica la cantidad de energía cinética del momentum del electrón, tal como la definió de Broglie para el átomo de hidrógeno [8]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(\vec{r}, t) \right] \Psi(\vec{r}, t) \quad (1)$$

que es una versión vectorial de mecánica ondulatoria de la representación de mecánica clásica del *estado de resonancia* del electrón que de Broglie descubrió y representó mediante esta ecuación:

$$m_0 \oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi R m_0 v = n h \quad n=1, 2, 3... \quad (2)$$

que ilustró con la siguiente metáfora:

*"La notion d'onde de phase va nous permettre de fournir une explication de la condition d'Einstein. Il résulte des considérations du chapitre II que la trajectoire du mobile est un des rayons de son onde de phase, celle-ci doit courir le long de la trajectoire avec une fréquence constante (puisque l'énergie totale est constante) et une vitesse variable dont nous avons appris à calculer la valeur. La propagation est donc analogue à celle d'une onde liquide dans un canal fermé sur lui-même et de profondeur variable. Il est physiquement évident que, pour avoir un régime stable, la longueur du canal doit être en résonance avec l'onde ; autrement dit, les portions d'onde qui se suivent à une vitesse égale à un multiple entier de la longueur l du canal et qui se trouvent par suite au même point de celui-ci, doivent être en phase. La condition de résonance est l = nλ si la longueur d'onde est constant et ∮ (v/V) dl = n (entier) dans le cas général"*

Louis de Broglie (1924) ([6], p. 64)

*"El concepto de onda de fase nos permitirá explicar la condición de Einstein. De las consideraciones del capítulo II se deduce que la trayectoria del cuerpo en movimiento es uno de los rayos de su onda de fase, que debe viajar a lo largo de la trayectoria con una frecuencia constante (ya que la energía total es constante) y una velocidad variable, cuyo valor hemos aprendido a calcular. La propagación es, pues, análoga a la de una onda líquida en un canal autónomo de profundidad variable. Es físicamente obvio que, para tener un régimen estable, la longitud del canal debe estar en resonancia con la onda; en otras palabras, las porciones de la onda que se suceden a una velocidad igual a un múltiplo entero de la longitud l del canal y que, por tanto, se encuentran en el mismo punto del canal, deben estar en fase. La condición de resonancia es l = nλ si la longitud de onda es constante y ∮ (v/V) dl = n (entero) en el caso general."*

## *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

Con el símbolo  $\lambda$ , de Broglie se refería aquí a la longitud constante de la órbita del estado fundamental del modelo de Bohr, que identificaremos claramente en este trabajo como  $\lambda_{\text{deBroglie}}$  para representar el elemento  $2\pi R_1$  de la Ecuación (2), con el fin de distinguirlo claramente del mismo símbolo  $\lambda$  utilizado para representar la longitud de onda de los fotones electromagnéticos que viajan a la velocidad de la luz, como en la conocida ecuación  $c=\lambda\nu$ .

Dada que esta joven generación de teóricos no sabía nada del descubrimiento de Kaufmann, porque no era mencionado en ninguna parte de sus libros de texto ni por sus profesores, para los que el tema abrumador de discusión era la Teoría Especial de la Relatividad y la más reciente Teoría General de la Relatividad, así pues, el descubrimiento confirmado de Kaufmann no se tuvo en cuenta en ninguno de los tres modelos que definieron la Mecánica Cuántica, lo que dio lugar a que la representación del electrón en movimiento se desdibujara en todos ellos.

Pero antes de examinar con más detalle los resultados experimentales de principios del siglo XX, cuya falta de consideración condujo al desarrollo del Principio de Incertidumbre, veamos cómo se analizó el comportamiento de los electrones en el átomo de hidrógeno en la década de 1920.

## **2. Establecimiento de la velocidad $w$ de la onda de fase, de la velocidad $g$ del paquete de ondas y de la velocidad $v$ de la partícula controlada**

Partiendo de la muy clara exposición de la Referencia [9], que es probablemente el libro de texto de física cuántica más completo y fiable disponible actualmente para estudiantes universitarios, seguiremos una cuidadosa descripción paso a paso de esta evolución, detallando por el camino muchos puntos que parecerán triviales a primera vista y que generalmente se dan por sentados, pero cuya detallada correlación en su conjunto arrojará nueva luz sobre muchos aspectos actualmente oscuros de los reales orígenes de la Mecánica Cuántica y del Principio de Incertidumbre.

Según la referencia [9], el desarrollo de la Mecánica Cuántica se basa en la condición de Albert Einstein mencionada en su primer artículo de 1905 [10], condición que fue establecida inicialmente por Max Planck en 1899 [11] a partir de su análisis de los datos recogidos por Wilhelm Wien en 1893, que confirmaban el carácter cuantificado de la radiación electromagnética [12]:

$$E = h\nu \quad (3)$$

en correspondencia con la siguiente relación establecida por Louis de Broglie en su tesis de 1924 [6] [7] :

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{Reformulado aquí como sigue:} \quad p = \frac{h}{\lambda_{\text{deBroglie}}} \quad (4)$$

La primera etapa en el desarrollo de la mecánica cuántica giró en torno al significado atribuido a la longitud de onda  $\lambda_{\text{deBroglie}}$  de la *onda de materia* de de Broglie y la definición de su *velocidad de fase*  $w$ , representada por la Ecuación (3.8) en la Referencia [9], reproducida aquí como Ecuación (5):

## Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg

$$w = \lambda \nu \quad \text{Reformulado como sigue:} \quad w = \lambda_{\text{deBroglie}} \nu \quad (5)$$

La variable restante  $\nu$  – la letra griega 'ny' que no debe confundirse con la letra latina  $v$  en itálica, muy similar, que se utiliza a menudo en los libros de texto como símbolo de la 'velocidad' – es la 'frecuencia' electromagnética de un quantum de energía elemental que se obtiene dividiendo su cantidad de energía por la constante de Planck  $h$  definida con la Ecuación (3) de Planck.

Resumiendo brevemente, en el contexto del análisis de de Broglie del comportamiento del electrón, todos los términos como  $\lambda_{\text{deBroglie}}$ , *onda de fase*, *tren de ondas*, *paquete de ondas*, *onda de materia*, *onda piloto*, se refieren específicamente a la energía del momentum del electrón en movimiento, con su valor en la órbita del estado fundamental del electrón en el átomo idealizado de Bohr, tomado como ejemplo de referencia numéricamente resoluble.

La Ecuación (5) es muy diferente de la conocida y muy similar Ecuación (6), porque para la misma frecuencia  $\nu$  de una cantidad dada de energía en ambas ecuaciones, la Ecuación (5) proporcionará la velocidad de una partícula electromagnética masiva asociada en movimiento, tal como un electrón, mientras que la Ecuación (6) proporcionará la velocidad invariante de la luz  $c$  para la misma cantidad de energía moviéndose en forma de un fotón electromagnético libre, en otras palabras, una cantidad de energía que no propulsa ninguna partícula electromagnética masiva:

$$c = \lambda \nu \quad (6)$$

Por ejemplo, para la frecuencia  $\nu=6,579683918\text{E}15$  Hz de la cantidad de energía inducida en un electrón en el estado fundamental del átomo de Bohr – que corresponde al número de veces por segundo que el electrón recorre la órbita de Bohr a su velocidad clásica, como veremos más adelante – la *velocidad de fase* de su componente de energía de momentum se establecerá con la Ecuación (5) como  $w=2187691,252$  m/s (que primero se estimó erróneamente que era sólo la mitad de esta velocidad  $w=1093845,625$  m/s debido al uso involuntario de una frecuencia de sólo  $\nu=3,289841958\text{E}15$  Hz como veremos más adelante), mientras que será  $c=299792458$  m/s con la Ecuación (6), es decir, la velocidad de la luz.

La diferencia radica en la longitud de onda,  $w/\nu=\lambda_{\text{deBroglie}}=3,32491846\text{E}-10$  m, que es la longitud de la órbita de Bohr  $\lambda_{\text{B}}=2\pi a_0=3,32491846\text{E}-10$  m para la Ecuación (5), mientras que la longitud de onda en la Ecuación (6) es  $c/\nu=4,556335255\text{E}-8$  m, que es la longitud de onda electromagnética de un fotón libre de energía  $E=h\nu=4,359743806\text{E}-18$  j, es decir, la misma cantidad de energía que la energía portadora del electrón cautivo en el orbital de estado fundamental del átomo de hidrógeno, la mitad de la cual  $K=2,179871903\text{E}-18$  j constituye su energía de momentum.

El uso generalizado en la literatura del mismo símbolo  $\lambda$  para designar tanto las longitudes de onda de la energía del momentum  $\lambda_{\text{deBroglie}}$  como las longitudes de onda electromagnéticas  $\lambda$  ha sido fuente de mucha confusión.

En otras palabras, la longitud de onda  $\lambda_{\text{deBroglie}}$  es la distancia recorrida por un electrón durante un ciclo de la frecuencia  $\nu$  de su energía total, a la velocidad a la que le impulsa su energía de momentum, que variará en función de la cantidad total de energía inducida en el electrón en cada momento. Por su parte, la longitud de onda  $\lambda$  de un fotón electromagnético en movimiento libre de la misma frecuencia  $\nu$  proporcionará siempre la

## *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

distancia recorrida a la velocidad de la luz durante un ciclo de dicha frecuencia.

De acuerdo con la condición de Bohr "Las únicas trayectorias estables son las circulares para las que el momentum es un múltiplo entero de  $h/2\pi$ , siendo  $h$  la constante de Planck", de Broglie estableció con la Ecuación (2) que la longitud de la órbita  $\lambda_{\text{deBroglie}}=2\pi R_1$  del átomo de Bohr corresponde exactamente a la cantidad exacta de energía de la constante de Planck  $h$ , es decir exactamente a un ciclo de la frecuencia  $\nu$  de la cantidad total de energía inducida en el electrón por la fuerza de Coulomb a la distancia del radio de Bohr del protón.

$$2\pi R_1 m_0 \nu = 2\pi a_0 m_0 \nu = \lambda_B m_0 \nu = h = 6.62606875 \cdot 10^{-34} \quad (7)$$

En el que  $R_1$  es el radio de la órbita del estado fundamental en el átomo de Bohr, a menudo denominada constante  $a_0=5,291772083 \cdot 10^{-11}$  m en la bibliografía, que, multiplicada por  $2\pi$ , corresponde a la longitud de onda de de Broglie  $\lambda_B=\lambda_{\text{deBroglie}}=3,32491846 \cdot 10^{-10}$  m en la órbita de Bohr. Así, el número de veces por segundo que el electrón recorre teóricamente esta órbita  $\lambda_B$  a la velocidad clásica teórica bien establecida del electrón en esta órbita ideal proporcionará el número exacto de ciclos de la frecuencia electromagnética exacta  $\nu$  de la energía inducida en el radio de Bohr en función de la interacción de la fuerza de Coulomb entre la carga unitaria negativa  $e_1=1,602176462 \cdot 10^{-19}$  Coulomb del electrón y la carga unitaria igual y opuesta  $e_2$  del protón central en función de la inversa de la distancia  $a_0$  que separa la órbita de Bohr del protón central.

Antes de continuar, recordemos que el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  fue definido por Gauss simplemente eliminando una de las dos cargas de la ecuación de Coulomb, y conceptualizando la carga restante como un punto de carga matemático idealizado a partir del cual la intensidad de un campo eléctrico potencial  $\mathbf{E}$  disminuye omnidireccionalmente desde un nivel de intensidad teóricamente infinito en la ubicación de esta carga puntual en función inversa del cuadrado de la distancia creciente a partir de este punto. Esto significa que siempre que un electrón se relaciona con tal campo potencial  $\mathbf{E}$ , se restablece la ecuación de Coulomb en interacción lineal entre las 2 cargas, como en la ecuación que viene, y que se puede calcular la energía que induce en las partículas interactuantes.

Una nota de interés a este respecto es que esta definición de Gauss del campo eléctrico potencial  $\mathbf{E}$  es la que permitió el establecimiento en la Referencia [13] del campo vectorial común tanto a la mecánica cinemática como a la electromagnética.

Antes del advenimiento de la Mecánica Cuántica, la velocidad de un electrón se calculaba primero igualando la ecuación de Coulomb  $F=e\mathbf{E}$  y la ecuación fundamental de aceleración  $F=ma$  para relacionar el parámetro de velocidad con la ecuación de Coulomb, como mencionó Einstein en su artículo de 1910 [14] [15] y se analizó en la Referencia [5], y luego extendiéndolas a sus formas de primer nivel para poder aislar la variable velocidad  $\nu$  de la partícula en una segunda etapa:

$$F = e\mathbf{E} = ma = \frac{|e_1||e_2|}{4\pi \epsilon_0 r^2} = m_0 \frac{\nu^2}{r} \quad (8)$$

Simplificando estas ecuaciones combinadas y aislando el parámetro de velocidad  $\nu$ , obtenemos la velocidad clásica del electrón en el radio de Bohr:

## Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 m_0 a_0}} = 2187691.252 \text{ m/s} \quad (9)$$

Se puede observar a partir de la página 12 de la referencia [7] que de Broglie no utilizó esta ecuación para determinar la velocidad clásica del electrón en la órbita de Bohr, ni hay ninguna mención en su tesis del establecimiento por Einstein de la relación  $md^2x/dt^2=eE_x$  – sea  $ma=eE$ , sea la Ecuación (8) – en la página 143 de su artículo de 1910 [14], ni tampoco se utiliza en la referencia [9].

Con esta velocidad clásica de 2187691,252 m/s del electrón en la órbita de Bohr, y con la Ecuación (7), que revela que la constante de Planck  $h$  está directamente relacionada con la longitud de esta órbita  $\lambda_{\text{deBroglie}}=2\pi R_1=3,32491846\text{E}-10$  m, necesitando cada órbita 1,59186E-16 segundo para completarse, obtenemos un número de órbitas recorridas por segundo exactamente igual a la frecuencia exacta  $\nu=6,579683918\text{E}15$  Hz de la energía inducida por la fuerza de Coulomb a la distancia del radio de Bohr del protón, como se analiza en las Referencias [13] [16] [17] [18]:

$$\nu_{R_1} = \frac{v}{\lambda_{R_1}} = \frac{2187691.252}{3.32491846\text{E}-10} = 6.579683918\text{E}15 \text{ Hz} \quad (10)$$

Utilizando la Ecuación (3) establecida por Planck y multiplicando esta frecuencia  $\nu$  por la constante de Planck  $h$ , obtenemos la cantidad total de energía  $E=4,359743806\text{E}-18$  j implicada:

$$E_B = h\nu_{R_1} = 4.359743806\text{E}-18 \text{ j} \quad (11)$$

Observemos que de Broglie no resolvió numéricamente esta ecuación en la página 12 de su tesis [7], suponiendo sin duda que todos los físicos utilizarían el valor adecuado de frecuencia  $\nu$  al resolverla, y lo mismo ocurre con la Referencia [9].

Observaremos ahora que la ecuación de Coulomb aplicada a la interacción en el radio del estado fundamental de Bohr  $R_1=a_0=5,291772083\text{E}-11$  m, es decir, la distancia entre el electrón y el protón en el átomo de Bohr, proporciona exactamente la misma cantidad de energía que la Ecuación (11) mediante la constante de Planck  $h$ :

$$E = a_0 \cdot F = a_0 \cdot e \cdot E = \frac{|e_1||e_2|}{4\pi \epsilon_0 a_0} = m_0 v^2 = 4.359743804\text{E}-18 \text{ joules} \quad (12)$$

Nótese aquí que la velocidad clásica obtenida con la Ecuación (9) se calcula para la *masa en reposo*  $m_0=9,10938188\text{E}-31$  kg del electrón a partir de la cantidad total de energía  $E=4,359743806\text{E}-18$  julios confirmada con las Ecuaciones (11) y (12), que es el doble de la cantidad de energía  $K=2,179871903\text{E}-18$  julios que es la energía de momentum clásica tradicionalmente asociada a esta velocidad clásica, lo cual se confirma utilizando la velocidad calculada con la Ecuación (9) a partir de la energía total inducida en el electrón en la órbita de Bohr  $a_0$ , es decir,  $E=h\nu=4,359743806\text{E}-18$  j, para recuperar la mitad de esta energía total que corresponde específicamente a la cantidad exacta de energía de momentum tradicionalmente asociada a esta velocidad clásica:

$$K = \frac{m_0 v^2}{2} = \frac{(9.10938188\text{E}-31)(2187691.252)^2}{2} = 2.179871902\text{E}-18 \text{ j} \quad (13)$$

## Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg

Pero, ¿por qué esta aparente dicotomía? ¿Por qué la ecuación de Coulomb combinada con la ecuación fundamental de aceleración  $F=ma$  proporciona la velocidad clásica correcta del electrón con la Ecuación (9) a partir del doble de la cantidad de energía de momentum asociada clásicamente a esa velocidad?

Antes de abordar esta cuestión, que concierne directamente al confirmado comportamiento electromagnético del electrón que la comunidad de los teóricos prefirió excluir del desarrollo de la teoría de la Relatividad Especial en 1907, continuemos con algunos pasos más del desarrollo lógico proporcionado en la Referencia [9], que condujo al establecimiento de la ecuación de Schrödinger y del Principio de Incertidumbre.

Ahora, después de haber planteado la Ecuación (5), el procedimiento explicado en la Referencia [9] implica en el primero de un proceso de dos pasos en relacionar el momentum  $p=m_0v$  de la de Broglie Ecuación (4) con la frecuencia  $\nu$  de la energía total inducida en el electrón en la órbita de Bohr, obviamente calculada con la Ecuación (11), sustituyendo  $\nu$  por  $E/h$  de esta ecuación en la Ecuación (14), para finalmente relacionar la *velocidad de fase*  $w$  de la *onda de materia* con la velocidad de la partícula  $v$  en el segundo paso que seguirá. Recordemos en este punto que de Broglie no resolvió numéricamente la Ecuación (11) en la página 12 de su tesis [7]:

$$w = \lambda_{\text{deBroglie}} \nu = \frac{h E}{p h} = \frac{E}{p} \quad (14)$$

Pero, curiosamente, los autores – así como el propio de Broglie, como puede verse en las páginas 13 y 14 de su tesis [6] – sustituyen  $E$  por  $m_0v^2/2$  en la Ecuación (15), la cual, sabemos por la Ecuación (13), proporciona sólo la mitad de la energía  $K=2,179871902E-18$  J que  $E$  representa en la Ecuación (11) utilizada para introducir el valor de la energía en el paso en la Ecuación (14).

Siguiendo la lógica presentada en la Referencia [9], la Ecuación (14) se considera entonces suponiendo que el electrón se mueve a velocidad no relativista  $v$ , *en una región de energía potencial cero*, con  $p=m_0v$  y  $E=4.359743806E-18$  j evaluándose en términos de la masa en reposo  $m_0=9,10938188E-31$  kg del electrón, de su velocidad no relativista  $v=2187691,252$  m/s y de la cantidad de energía de momentum  $K=m_0v^2/2=2,179871903E-18$  j a partir de la Ecuación (13), que podemos observar que obviamente se sustituye erróneamente a la energía cinética total  $E=4,359743806E-18$  j de la Ecuación (11) que debería utilizarse, lo que por supuesto dio como resultado que se obtuviera sólo la mitad de la velocidad  $v$  de la partícula:

$$w = \frac{E}{p} = \frac{m_0v^2/2}{m_0v} = \frac{v}{2} = 1093845.625 \text{ m/s} \quad (15)$$

lo que era erróneo sin que nadie en la comunidad se diera cuenta, como veremos más adelante, debido, como veremos más adelante, a la costumbre generalizada en la mayoría de las obras de referencia a menudo de no resolver numéricamente las ecuaciones familiares, asumiendo involuntariamente que siempre se tienen en cuenta los valores correctos para cada parámetro. El mismo estado de confusión ha surgido también con respecto a la igualdad entre la fuerza de Coulomb y la fuerza gravitatoria, como se analiza en la Referencia [19].

Y, por supuesto, tras este cálculo, los autores de la Referencia [9] comentan con razón:

## *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

*"This result seems disturbing because it appears that the matter wave  $w$  would not be able to keep up with the particle whose motion it controls."*

Robert Eisberg & Robert Resnick (1974) ([9], p. 69)

*"Este resultado parece perturbador porque parecería que la onda de materia  $w$  no podría seguir a la partícula cuyo movimiento controla."*

Entenderemos más adelante por qué de Broglie utilizó obviamente la frecuencia  $\nu=3,289841958E15$  Hz en lugar de  $\nu=6,579683918E15$  Hz al resolver la ecuación  $E=h\nu$  en la página 12 de la Referencia [6], lo que le llevó – como hizo el propio Schrödinger más tarde [8] – a sustituir lógicamente  $E$  por  $m_0\nu^2/2$  en la Ecuación (15), y por qué él, al igual que toda la nueva generación de teóricos de los años 1920, no era consciente de que la verdadera frecuencia de la energía inducida en el radio de Bohr es  $\nu=6,579683918E15$  Hz y no  $\nu=3,289841958E15$  Hz, como pronto veremos.

Considerando de nuevo la Ecuación (14) a partir de la cual se estableció la Ecuación (15) en la Referencia [9], observamos que la sustitución de la frecuencia  $\nu$  por  $E/h$  no puede originarse de otra fuente que de la Ecuación (3) de Planck, luego resuelta numéricamente como Ecuación (11) para el caso de la frecuencia  $\nu=6,579683918E15$  Hz de la energía inducida a la distancia  $a_0$  del protón en el radio de Bohr, es decir una cantidad de energía que se puede confirmar por cuatro métodos diferentes que se confirman mutuamente, además de estar plenamente respaldado por los datos recogidos por Kaufmann 25 años antes, que se confirmaron inmediatamente como válidas por los análisis de todos los físicos de alto nivel de la primera década del siglo XX.

(1) La Ecuación (12) de Coulomb;

(2) La Ecuación (8) de la aceleración fundamental  $F=ma$ ;

(3) Multiplicando la constante de Planck  $h$  por el número de veces que el electrón recorre teóricamente la órbita de Bohr durante 1 segundo a la velocidad clásica relacionada con su energía de momentum – Ecuación (10) – es decir  $\nu=6,579683918E15$  Hz que equivale a un total de  $E=4,359743806E-18$  julios.

(4) Mediante la ecuación de fuerza de Lorentz  $F=e(\mathbf{E} + \mathbf{v}\mathbf{B})$  confirmada por los datos de Kaufmann que también confirman que la misma frecuencia está relacionada con esta velocidad como se establece en la Referencia [20] y cuyo cálculo examinaremos brevemente.

Así que ahora tenemos a nuestra disposición 4 métodos diferentes que todos confirman la cantidad correcta de energía y frecuencia electromagnética de la energía inducida en el electrón en el radio medio de Bohr del átomo de hidrógeno, que es el doble de la cantidad que históricamente se relacionaba con la velocidad de *la onda de fase*, con el método (4) incluso proporcionando directamente la velocidad relativista de la partícula.

De hecho, sin que lo supieran los teóricos de la comunidad de fundamentalistas de los años 1920, la comunidad de la física aplicada y de la ingeniería – dos comunidades que no se comunican mucho entre sí, excepto cuando se hacen nuevos descubrimientos experimentales, como cuando Lorentz confirmó los hallazgos de Kaufmann 20 años antes – había utilizado continuamente la ecuación de la fuerza de Lorentz durante los 20 años anteriores para controlar electrones en movimiento libre en trayectorias extremadamente precisas en numerosos experimentos y desarrollos aplicados, utilizando en el proceso los campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  de la Ecuación de Lorentz, que sólo puede establecerse a partir de la

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

longitud de onda electromagnética correcta  $\lambda=c/v=4,556335255E-8$  m establecida con la Ecuación (6) correspondiente a la frecuencia correcta  $\nu=6,579683918E15$  Hz de la cantidad total de energía realmente inducida en el estado fundamental del átomo de hidrógeno.

Pero, ¿cómo podían los teóricos de la física fundamental de los años 20 sospechar siquiera que la frecuencia de la cantidad de energía cinética del impulso en el electrón que se mueve en la órbita del estado fundamental de Bohr era sólo la mitad de la cantidad real de energía inducida a la distancia media del estado fundamental respecto al protón, dado que, por un lado, no sabían nada de los descubrimientos de Kaufmann realizados 20 años antes y, por otro, que todos los rayos espectrales registrados para el átomo de hidrógeno coincidían "exactamente" con esta frecuencia de  $\nu=3,289841958E15$  Hz de la energía cinética emitida como un fotón electromagnético de bremsstrahlung, cuando un electrón es capturado por un protón para formar un átomo de hidrógeno? ¡y lo mismo para los rayos espectrales de la serie completa de Lyman que todos podrían relacionarse con las respectivas cantidades de energía de momentum de cada orbital!

La razón por la que sólo la energía de momentum de un electrón se libera como un fotón de bremsstrahlung que puede registrarse como tal en las grabaciones espectrales cada vez que se estabiliza en su orbital de reposo en un átomo, es decir, la mitad de la energía total inducida, se analiza y explica en las Referencias [21] [22].

Aquí están las ecuaciones detalladas de los campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  compuestos locales del electrón en movimiento establecidas en la Referencia [20] haciendo uso de la longitud de onda electromagnética Compton del electrón  $\lambda_c=2,46310215E-12$  m de la masa en reposo del electrón  $m_0$  y de la longitud de onda electromagnética  $\lambda=c/v=4,556335255E-8$  m de la energía inducida en el radio de Bohr para calcular la velocidad relacionada:

$$\mathbf{E} = \frac{\pi e}{\epsilon_0 \alpha^3} \frac{(\lambda^2 + \lambda_c^2) \sqrt{\lambda_c (4\lambda + \lambda_c)}}{\lambda^2 \lambda_c^2 (2\lambda + \lambda_c)} \quad \mathbf{B} = \frac{\pi \mu_0 e c}{\alpha^3} \frac{(\lambda^2 + \lambda_c^2)}{\lambda^2 \lambda_c^2} \quad (16)$$

Y aquí la ecuación electromagnética estándar que se desprende de la ecuación de la fuerza de Lorentz para establecer la velocidad relativista del electrón, como demostró por primera vez Kaufmann en la primera década del siglo XX:

$$\nu = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{B}} = \frac{1.813341121E13 \text{ j/Cm}}{8.289000246E13 \text{ js/Cm}^2} 10^7 = 2,187,647.566 \text{ m/s} \quad (17)$$

Este es uno de los valores de velocidad que pertenecen a la curva que Abraham y Bucherer habían establecido a partir de los datos de Kaufmann, sobre los que Einstein hizo el siguiente comentario en 1907, como también se ha citado anteriormente: "*Hay que señalar además que las teorías de Abraham y Bucherer arrojan curvas que se ajustan a la curva observada considerablemente mejor que la curva obtenida a partir de la teoría de la relatividad*". ([4], p. 159)

Pero volvamos por un momento a la *velocidad w* de la *onda de fase* más baja obtenida a partir de la Ecuación (15) – Ecuación (3-9) en la Referencia [9] – y veamos cómo se resolvió históricamente el problema haciendo que la *onda de fase*, que se calculó que viajaba a la velocidad  $w=\nu/2$ , pudiera supuestamente afrontar el reto aparentemente ilógico e imposible de alcanzar a la partícula que controla, que a su vez se estaría moviendo en la misma dirección al doble de esta velocidad, es decir, la velocidad clásica

## Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg

$v=2187691,250$  m/s del electrón en la órbita fundamental de Bohr.

Es en este punto donde se introdujo por de Broglie [6] [7], y según la Referencia [9], el concepto de *onda de materia* designada por el símbolo  $\Psi_{(x,t)}$ , y correspondiente a un *grupo de ondas* propagadas en la dirección de la partícula controlada, paralelamente a un eje  $x$ , cuyo esquema teóricamente supuesto se parecería a **la Figura 1** – Figura 3-7 de la Referencia [9].



**Figura 1:** La *onda de materia* idealizada.

Los autores de la Referencia [9] explican:

*"The amplitude of the matter wave must be modulated in such a way that its value is nonzero only over some finite region of space in the vicinity of the particle. This is necessary because the matter wave must somehow be associated in space with the particle whose motion it controls. The matter wave is in the form of a group of waves and, as time passes, the group surely must move along the  $x$  axis with the same velocity of the particle."*

Robert Eisberg & Robert Resnick (1974) ([9], p. 70)

*"La amplitud de la onda de materia debe modularse para que su valor no sea cero sólo en una región finita del espacio en las proximidades de la partícula. Esto es necesario porque la onda de materia debe estar asociada de alguna manera en el espacio con la partícula cuyo movimiento controla. La onda de materia adopta la forma de un grupo de ondas y, a medida que transcurre el tiempo, el grupo debe ciertamente desplazarse a lo largo del eje  $x$  a la misma velocidad que la partícula."*

El uso de la expresión calificativa "*debe ciertamente*" en esta última frase sugiere que los autores parecen haber tenido algunas dudas en cuanto a la capacidad real que la *onda de materia*, que se estaría moviendo sólo a la velocidad  $w=v/2$ , continúe realmente a medida que pasa el tiempo, permaneciendo en las proximidades de la partícula que se mueve a la velocidad  $v$  que controla. ¿Quién no lo haría? De hecho, ¡parece incluso físicamente imposible!

De hecho, una diferencia tan enorme entre la velocidad *calculada* de la energía del momentum del electrón, ahora representada por la *onda de grupo*, y la de la partícula que se sabía que *propulsaba, alcanzaba y controlaba*, cuya cantidad más pequeña se entendía ahora que era la energía aparentemente indivisible  $h$  del quantum de Planck, debió de poner en duda la propia velocidad calculada para el electrón, o al menos puso en duda la opinión entonces prevalente de que el electrón pudiera ser realmente una partícula masiva sólida localizada, tal y como se concebía en la mecánica clásica, y dio credibilidad a la idea de que el propio electrón podría ser una *onda de grupo*, o un *paquete de ondas*, cuya velocidad podría variar localmente dentro del rango que los cálculos de de Broglie parecían apoyar, que acabó siendo la conclusión adoptada por la comunidad de los teóricos, como se formalizó de acuerdo con la Mecánica Matricial de Heisenberg [1], la

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

ecuación de onda de Schrödinger [8], y finalmente por la integral de caminos de Feynman [3], ¡los tres métodos ahora firmemente fundamentados en el Principio de Incertidumbre de Heisenberg ahora visto como un principio axiomático fundamental!

Incluso Einstein tenía sus dudas sobre la capacidad del método de *ondas de grupo* para representar correctamente la oscilación de resonancia estacionaria del electrón en el átomo de hidrógeno. He aquí su comentario al respecto, formulado en la introducción de un libro publicado en Francia en 1952, en el que colaboraron conjuntamente Einstein, Schrödinger, Pauli, Rosenfeld, Heisenberg, Yukawa, Davisson y de Broglie, por citar sólo a los contribuyentes más famosos, para ofrecer una visión general del estado de la física cuántica en 1952, destacando en su contexto histórico la contribución de Louis de Broglie [23].

Einstein contribuyó a la Introducción de esta obra en alemán, traducida por los editores al francés en las páginas opuestas, estando el resto del libro en francés. Se trata en realidad de una obra de 500 páginas que resume el pensamiento científico de los mejores físicos del siglo XX, nunca traducido al inglés para ponerlo a disposición de la comunidad científica internacional.

*"Ich will dem zusammen mit Frau B. Kaufman verfassten Beitrag zu diesem Bande einige Worte vorausschicken in der einzigen Sprache, in der ich mich mit einige Leichtigkeit ausdrücken kann. Es sind Worte der Entschuldigung. Sie sollen zeigen, warum ich, trotzdem ich De Broglie visionäre Entdeckung des inneren Zusammenhanges zwischen diskreten Quantenzuständen und Resonanzzuständen in relativ jungen Jahren bewundernd miterlebt habe, doch unablässig nach einem Wege gesucht habe, das Quantenrätsel auf anderem Wege zu lösen oder doch wenigstens eine Lösung vorbereiten zu helfen."*

Albert Einstein (1952) ([23], p. 4)

*"Me gustaría prologar mi contribución a este volumen, escrito junto con la Sra. B. Kaufman, con unas palabras en el único idioma en el que puedo expresarme con cierta facilidad. Son palabras de disculpa. Pretenden mostrar por qué, a pesar de haber presenciado con admiración el visionario descubrimiento de De Broglie de la conexión interna entre los estados cuánticos discretos y los estados de resonancia a una edad relativamente temprana, he estado buscando incesantemente una forma de resolver el rompecabezas cuántico por otros medios, o al menos de ayudar a preparar una solución."*

Encontramos en el Capítulo II de la tesis de de Broglie ([7], p. 17), al que de Broglie se refiere en la cita anterior de su tesis ([7], p. 51) titulada específicamente "*II. Phase Velocity and Group Velocity*" la explicación real que de Broglie proporcionó para explicar cómo se puede esperar que el *grupo de ondas* alcance a la partícula que controla, una explicación relacionada con la *velocidad de batido de las ondas de fase superpuestas del grupo* que no se menciona específicamente en la Referencia [9].

*"If waves of a very similar frequencies propagate in the same direction Ox with velocities V that we will call phase propagation velocities, by their superposition, these waves will give rise to beat phenomena if velocity V*

*Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg varies with frequency v. These phenomena have been studied in particular by Lord Rayleigh in the case of dispersive media... If we designate by U the propagation speed of the beat, or speed of the group of waves, we find ... that the speed of the group of phase waves is equal to the speed of the moving body."*

Louis de Broglie (1924) ([7], p. 17)

*"Si ondas de frecuencias muy parecidas se propagan en la misma dirección Ox con velocidades V que llamaremos velocidades de propagación de fase, por su superposición, estas ondas darán lugar a fenómenos de batido si la velocidad V varía con la frecuencia v. Estos fenómenos han sido estudiados en particular por Lord Rayleigh en el caso de medios dispersivos... Si designamos por U la velocidad de propagación del batido, o velocidad del grupo de ondas, encontramos ... que la velocidad del grupo de ondas de fase es igual a la velocidad del cuerpo en movimiento."*

En otras palabras, concluyó que es la velocidad de propagación *del latido* dentro del grupo de ondas la que alcanzará la velocidad del cuerpo en movimiento.

Pero lo que debe entenderse del descubrimiento de de Broglie del estado de resonancia en modo estacionario del electrón en el estado fundamental del átomo de hidrógeno, parece ser en realidad que sería el propio electrón, que ahora sabemos por su estructura electromagnética [13] que está permanentemente localizado, el que estaría cautivo de una trayectoria de resonancia de acción estacionaria en el átomo de hidrógeno a la velocidad proporcionada por su energía cinética de momentum "*cuando se encuentra en regiones de energía potencial nula*" como se cita en la Referencia [9] y como se analiza completamente en las Referencias [24] [25] – véase también la **Figura 2** – y no específicamente que sólo su energía de momentum necesitaba ser tratada por medio de la *onda de fase* calculada como moviéndose a la mitad de la velocidad de la partícula que controla, y del *grupo de ondas* destinado a alcanzarla, como el concepto terminó siendo tratado en la Mecánica Cuántica.

El concepto de *onda de fase / onda de grupo / onda de materia / onda piloto* es un ingenioso método que de Broglie sugirió para resolver el problema de velocidad creado por la sólo demasiado baja frecuencia  $\nu$  que él y sus contemporáneos pudieron calcular a partir de la única cantidad de energía cinética que sabían que podía vincularse al electrón – su energía de momentum – ya que en aquel momentum parecía ser la única forma de salir de este aparente callejón sin salida para conseguir asociar al electrón la característica de resonancia estacionaria que había descubierto a partir de su estudio del espectro del átomo de hidrógeno.

Pero ahora observamos que utilizando la frecuencia correcta de la cantidad real de energía inducida en el electrón en el estado fundamental del átomo de hidrógeno, que el concepto de *grupo de ondas* o *paquete de ondas* no era necesario para explicar la diferencia entre la velocidad calculada, supuesta pero errónea, de la *onda de fase* y la de la partícula que controla, ya que un cálculo con la frecuencia correcta demuestra claramente que no hay ninguna diferencia de velocidad entre la energía de momentum del electrón y la del propio electrón, y que la *onda de fase* sólo puede moverse a la misma velocidad que la partícula cuyo movimiento controla, lo que significa que *no subsiste ninguna incertidumbre* en cuanto a la ubicación del electrón con respecto a su energía de

## *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

momentum.

Hay que señalar que este error involuntario de De Broglie – como veremos más adelante – relativo a la frecuencia de la energía inducida en el radio de Bohr, del que se hicieron eco todas las obras de referencia hasta la Referencia [9], no invalida en absoluto la secuencia lógica del razonamiento que conduce al establecimiento de la ecuación de onda cuántica. Al suponer que la energía del momentum del electrón debe comportarse como un *conjunto de ondas* distribuidas espacialmente para alcanzar al electrón que impulsa, sólo hace superflua la parte de la lógica destinada a demostrar que la velocidad de la *onda de fase*  $w$ , calculada erróneamente como la mitad de la velocidad de la partícula  $v$  en la Ecuación (15), es idéntica a la velocidad del *grupo de ondas*  $g$  y a la velocidad de la partícula  $v$ , como lo confirma la Ecuación (17) y también la Ecuación (3-13b) en la Referencia ([9], p. 72), que confirma la igualdad de las velocidades de la *onda de fase* y del *grupo de ondas*.

Volvamos ahora a la cuestión relacionada de por qué la combinación de la ecuación de Coulomb y la ecuación fundamental de aceleración  $F=ma$  – Ecuación (9) – nos permite calcular la misma velocidad clásica del electrón en la órbita de Bohr  $v=2187691,252$  m/s a partir del doble de la energía de momentum correspondiente  $E=4,359743806E-18$  j, mientras que la Ecuación (13) de la mecánica clásica sólo relaciona esta velocidad con la energía de momentum  $K=2,179871902E-18$  j, y por qué los cuatro métodos diferentes (1), (2), (3) y (4) enumerados anteriormente confirman unánimemente la presencia real de esta doble cantidad de energía como inducida en la distancia orbital del estado fundamental del átomo de hidrógeno, de la cual la energía de momentum constituye sólo la mitad.

La clave para comprender el origen de esta cantidad extra de energía revelada por los cuatro métodos (1), (2), (3) y (4) anteriormente mencionados, como inducida además de la energía de momentum, que se conocía desde que se desarrollaron estas ecuaciones, pero que había permanecido inexplicada en el caso de los métodos (1), (2) y (3), y que es igual, pero sin embargo diferente de la energía del momentum proporcionada por la Ecuación (13) de la mecánica clásica, reside en la prueba de su existencia separada aportada por el método (4) a partir de los datos recogidos por Walter Kaufmann durante sus experimentos de principios del siglo XX [26] [27] [28] [29], tal como fueron analizados y confirmados por H. A. Lorentz en su artículo de 1904 [30].

Los experimentos de Kaufmann fueron los primeros de la historia en los que se utilizaron haces de electrones en movimiento libre guiados con precisión en una cámara de burbujas mediante campos  $E$  y  $B$  cuidadosamente calibrados por fin de recoger datos sobre sus trayectorias. Estos electrones, que en el contexto de la mecánica clásica se consideraban masivos al igual que las masas macroscópicas, fueron acelerados en trayectorias curvas a velocidades altamente relativistas, lo que permitió registrar datos sobre su comportamiento en relación con la velocidad en su dirección de movimiento, así como perpendicular a esa dirección, revelando un comportamiento que nunca se había observado en ningún experimento realizado con masas macroscópicas.

H. A. Lorentz analizó estos datos en su famoso artículo de 1904 [31] y confirmó este inesperado comportamiento de los electrones basándose en los datos recogidos por Kaufmann, que guió estos haces de electrones utilizando el método número (4), que Lorentz él mismo había propuesto en 1895 [32]. Con un claro apoyo experimental,

## Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg

concluyó:

*"... in processes in which acceleration occurs in the direction of motion, the electron behaves as if it had mass  $m_1$ , and in acceleration in a direction perpendicular to the motion, it behaves as if it had mass  $m_2$ . These quantities  $m_1$  and  $m_2$  are therefore appropriately named the "longitudinal" and "transverse" electromagnetic masses. I will assume that, in addition, there is no "real" or "material" mass."*

H.A. Lorentz (1904) [31]

*"... en los procesos en los que la aceleración se produce en la dirección del movimiento, el electrón se comporta como si tuviera una masa  $m_1$ , y en la aceleración en dirección perpendicular al movimiento, se comporta como si tuviera una masa  $m_2$ . Por tanto, estas cantidades  $m_1$  y  $m_2$  se denominan, con razón, masas electromagnéticas 'longitudinal' y 'transversal'. Voy a suponer que tampoco existe la masa 'real' o 'material'."*

El análisis en profundidad de estos y otros datos recogidos posteriormente por Planck, Bucherer y Neumann confirmó la conclusión extraída por Lorentz, confirmada también por separado por Abraham, Poincaré y el propio Einstein, como se destaca en su perspectiva histórica en la Referencia [5].

En resumen, Kaufmann aceleró estos electrones en trayectorias curvas en su cámara de burbujas mediante campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  calculados según la ecuación de la fuerza de Lorentz:

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (18)$$

cuyo primer término  $e\mathbf{E}$  es la ecuación de Coulomb desarrollada en forma de la Ecuación (8), ligada a la fuerza de Coulomb que induce energía en todas las partículas cargadas en función de la inversa de las distancias que separan cada partícula cargada elemental de todas las demás partículas cargadas elementales:

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} = \frac{eQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \rightarrow E_{\text{Inducida}} = R \cdot \mathbf{F} = \frac{eQ}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (19)$$

en la que  $Q$  representa la resultante de todas las cargas elementales del entorno que interactúan con el electrón y definen la intensidad relativa de su campo  $\mathbf{E}$  común, y  $R$  representa la distancia media a la que se encuentran las cargas representadas por  $Q$  respecto al electrón.

Los datos de Kaufmann revelaron que, en la dirección de su movimiento, el electrón tiene una inercia  $m_1$  que representa a la inercia de la suma de la masa en reposo  $m_0$  del electrón más la de la cantidad total de energía inducida por la fuerza de Coulomb, que aumenta con la velocidad según el factor  $\gamma$  de Lorentz:

$$\text{Inercia hacia delante de } E_{m_1} = E_{m_0} + E_{\text{inducida}} \quad (20)$$

en la que

$$E_{\text{Inducida}} = \frac{\gamma m_0 v^2}{2} + \frac{\gamma m_0 v^2}{2c^2} \quad (21)$$

Por su parte,  $m_2$  representa a la suma de la inercia de la masa en reposo del electrón  $m_0$

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

más la mitad de la inercia de la energía inducida por la fuerza de Coulomb, que Paul Marmet descubrió en 2003 – véase más adelante – que es la misma cantidad de energía que también aumenta de forma no lineal con la velocidad según el factor  $\gamma$  de Lorentz, y que da cuenta simultáneamente tanto del incremento de masa  $\Delta m$  como del incremento de campo  $\Delta B$  del electrón que acelera, ligados a la velocidad instantánea del electrón:

$$\text{Inercia transversal de } E_{m_2} = E_{m_0} + \frac{E_{\text{Inducida}}}{2} \quad (22)$$

En la que

$$\frac{E_{\text{Inducida}}}{2} = \frac{\gamma m_0 v^2}{2c^2} \quad (23)$$

La consideración de la diferencia entre la inercia de  $m_1$  en comparación con la de  $m_2$  llevó a Lorentz y a todos los principales investigadores que confirmaron esta interpretación a la conclusión de que la mitad de la energía inducida por la fuerza de Coulomb se convertía en un incremento de masa relacionado con la velocidad  $\Delta m = \gamma m_0 v^2 / 2c^2$  que era medible longitudinal y transversalmente, igual que la masa en reposo  $m_0$  del electrón, mientras que la inercia de la energía del momentum  $\Delta K = \gamma m_0 v^2 / 2$  – que impulsa la masa en reposo del electrón  $m_0$  más este incremento de masa  $\Delta m$  – es medible sólo longitudinalmente, lo que permite reescribir las Ecuaciones (20) y (22) de la siguiente manera:

Energía total que define la inercia medible hacia delante de un electrón en movimiento:

$$E = \Delta K + \Delta m c^2 + m_0 c^2 \quad (24)$$

y la energía total que define la inercia transversal medible de un electrón en movimiento:

$$E = \Delta m c^2 + m_0 c^2 \quad (25)$$

Pero a pesar de la aceptación por parte de todos los físicos importantes de la época de la realidad de este comportamiento de los electrones a velocidades relativistas a nivel subatómico, subsistían dudas sobre su posible realidad para las masas macroscópicas, porque las velocidades experimentales posibles para las masas macroscópicas eran demasiado bajas por debajo del rango relativista para permitir cualquier confirmación para las masas a nivel macroscópico.

Dado que, paralelamente a estos descubrimientos y discusiones sobre el comportamiento de la masa de los electrones a nivel subatómico, se consideraba que la teoría de la Relatividad Especial propuesta solo dos años antes en 1905 por Einstein se aplicaba principalmente a las masas macroscópicas en movimiento en el universo a escala astronómica, las dudas fueron suficientes en la comunidad para justificar la decisión tomada en 1907 de no tomar en consideración este aumento confirmado de la masa de los electrones a velocidades relativistas, en el contexto del establecimiento de la teoría de la Relatividad Especial, como muestra la cita del comentario de Einstein de 1907 sobre esta cuestión presentada en la Introducción.

Nacido en 1892, Louis de Broglie sólo tenía 15 años en 1907, lo que significa que no

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

tenía conocimiento directo de las discusiones que tenían lugar en la comunidad de teóricos, dado que en aquella época tales discusiones sólo eran epistolares a nivel personal entre teóricos o con ocasión de visitas personales, y que es posible que ni siquiera se enterara de ellas más tarde, cuando prosiguió sus estudios, que sólo alcanzó el nivel de doctor sólo hasta casi 20 años más tarde, con su tesis en 1924. Schrödinger, por su parte, no obtuvo su título hasta 1914, 7 años después del final de estas discusiones, de las que no apareció rastro alguno en las obras de referencia de la época, dado el rechazo de estas conclusiones para su aplicación a masas macroscópicas.

También se desprende claramente de la tesis de de Broglie de 1924 que todos sus procesos de pensamiento se basaban en las teorías de la Relatividad Especial y de la Relatividad General, que nunca hacen referencia ni incorporan en modo alguno las conclusiones extraídas de los datos de Kaufmann, lo que explica por qué no se menciona en su tesis este comportamiento confirmado del electrón, que era mensurable incluso a la baja velocidad relativista posible con la energía inducida en el radio medio de Bohr del átomo de hidrógeno.

Así, en lugar de calcular la energía total inducida en el electrón a partir de la Ecuación (12), que de hecho proporciona la cantidad total de energía inducida en una partícula cargada a partir del primer término de la Ecuación (18) del método número (4) que Kaufmann utilizó para controlar sus haces de electrones e identificar el aumento de la masa de los electrones a velocidades relativistas, y que todos los ingenieros han utilizado desde entonces en sus aplicaciones, podemos ver en la página 12 de la tesis de de Broglie que él calculó la frecuencia de la cantidad total de energía en el radio de Bohr, no a partir de la cantidad total real de energía inducida a esta distancia del protón calculada con la Ecuación (12) de *Coulomb/Aceleración*, sino sólo a partir de la energía de momentum del electrón  $K=2,179871903E-18$  j – es decir, la mitad de la cantidad total real de energía implicada – con la Ecuación Cinética (13) de la mecánica clásica, la cual, dividida por  $h$ , da la frecuencia  $E/h=v=3,289841958E15$  Hz, lo que obviamente conduce a la errónea velocidad de *onda de fase* de la Ecuación (15).

Calculó esta energía de momentum con la Ecuación (13) para obtener la energía de momentum no relativista  $K=2,179871903E-18$  j que conduce a la velocidad clásica  $v=2187691,252$  m/s, y también con la ecuación de energía cinética de momentum relativista:

$$K = m_0 c^2 (\gamma - 1) = 2.179873E - 18 \text{ j} \quad (26)$$

Este último valor de energía conduce a una velocidad relativista  $v=2187647,561$  m/s – también obtenida directamente de la mecánica electromagnética Ecuación (17) – lo que revela, como ahora comprendemos, que la masa real del electrón a esta velocidad debe ser ligeramente superior a su masa en reposo  $m_0=9,10938188E-31$  kg para explicar esta velocidad ligeramente inferior y la mayor energía de momentum del electrón, como se analiza en las Referencias [21] [22] y se pone en perspectiva con la Ecuación (24).

### **3. Establecimiento por de Broglie de las condiciones de existencia del fotón localizado**

El descubrimiento por De Broglie del estado de resonancia del electrón en el átomo de

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

hidrógeno no fue su única contribución importante a la física fundamental. En un trabajo publicado en 1937 [33], identificó la condición fundamental que deben cumplir los fotones electromagnéticos localizados, tal como los supuso Einstein en su primer trabajo de 1905 [10], para explicar perfectamente el efecto fotoeléctrico, sin dejar de ser plenamente coherentes con las propiedades de la teoría de Dirac de simetría de los corpúsculos complementarios, y obedeciendo a la estadística de Bose-Einstein, tal como exige la precisión de la ley del cuerpo negro de Planck. Esta condición fundamental consiste en que la existencia del fotón localizado sólo puede explicarse si implica dos partículas, o semifotones de espín  $1/2$ .

Según él, tal par complementario de partículas de espín  $h/4\pi$  es susceptible de aniquilarse en contacto con la materia cediendo toda su energía y, por último, que este modelo del fotón permite definir un campo electromagnético ligado a la probabilidad de aniquilación del fotón, campo que obedece a las ecuaciones de Maxwell y posee todas las características de las ondas electromagnéticas de la luz.

También llegó a la conclusión de que no sería posible representar con precisión las partículas elementales en un espacio tridimensional continuo, y que esperaba que esta cuestión se resolviera algún día.

*"... la non-individualité des particules, le principe d'exclusion et l'énergie d'échange sont trois mystères intimement reliés : ils se rattachent tous trois à l'impossibilité de représenter exactement les entités physiques élémentaires dans le cadre de l'espace continu à trois dimensions (ou plus généralement de l'espace-temps continu à quatre dimensions). Peut-être un jour, en nous évadant hors de ce cadre, parviendrons-nous à mieux pénétrer le sens, encore bien obscur aujourd'hui, de ces grands principes directeurs de la nouvelle physique."*

Louis de Broglie 1937 ([33], p. 273)

*"... La no individualidad de las partículas, el principio de exclusión y la energía de intercambio son tres enigmas estrechamente relacionados: todos ellos están vinculados a la imposibilidad de representar con precisión las entidades físicas elementales en el marco del espacio continuo tridimensional (o, más en general, del espacio-tiempo continuo cuatridimensional). Quizá algún día, escapando de este marco, podamos penetrar mejor en el significado, aún hoy bastante oscuro, de estos grandes principios rectores de la nueva física."*

Esta cuestión se resolvió efectivamente en forma de una expansión del sistema de coordenadas vectoriales de los cuaterniones, inicialmente descrita brevemente en forma de una geometría vectorial tresespacial en una ponencia presentada en el Congreso-2000 celebrado en la Universidad Estatal de San Petersburgo en julio de 2000 [34], y analizada formalmente en la Referencia [35].

Esta geometría vectorial más amplia permitió entonces identificar el conjunto de propiedades que debe tener la *sustancia energía* fundamental, de la que deben estar hechos los fotones cuantizados, para que obedezcan al conjunto de condiciones identificadas por de Broglie, lo que permitió establecer la ecuación LC tresespacial del fotón, así como su ecuación equivalente con campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  localizados, como se analiza

## *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

en las Referencias [36] [37].

El descubrimiento publicado por Paul Marmet en 2003 [38] de que la energía del campo magnético del electrón en aceleración que aumenta con la velocidad era la misma energía que explicaba el aumento de su masa con la velocidad volvió a llamar la atención sobre los experimentos de Kaufmann de principios del siglo XX, que permitieron comprender que la energía inducida en los electrones tenía la misma estructura electromagnética que la del fotón de de Broglie de doble-partícula, del que la mitad es su energía de momentum, que puede calcularse con las Ecuaciones (13) y (26), mientras que la otra mitad, proporcionada además de la energía de momentum por la ecuación de Coulomb o la ecuación fundamental de aceleración  $F=ma$ , o por su combinación en la forma de la Ecuación (8), y también por la Ecuación de Lorentz (18), oscila en modo estacionario en un plano perpendicular a la dirección de aplicación de la energía del momentum, entre los estados de campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  – o entre los estados L y C, dependiendo del modo de representación matemática utilizado – a la frecuencia  $\nu$  relacionada con la cantidad total de esta energía portadora.

Este descubrimiento condujo a su vez al desarrollo de una serie integrada de procesos mecánicos complementarios que explican la causa de las frecuencias electromagnéticas, la relación entre el espín del electrón y su aspecto magnético, el desacoplamiento de fotones electromagnéticos sin masa suficientemente energética en pares masivos electrón-positrón, la existencia de las cargas eléctricas invariantes para el electrón y el positrón y de las cargas fraccionarias para los subcomponentes internos colisionables de los protones y neutrones, la estabilidad del protón y la inestabilidad del neutrón aislado, etc. Como se resume en la Referencia [35].

### **4. Los estados de resonancia del átomo de hidrógeno**

Cuando de Broglie descubrió el estado de resonancia del electrón en el átomo de hidrógeno, aún no se sabía que el electrón es una partícula electromagnética, es decir, que su masa en reposo está formada por una cantidad localizada de *energía electromagnética* estabilizada que oscila en modo estacionario de mínima acción, ni que el estado de resonancia del electrón que había descubierto se debía a la naturaleza electromagnética de la energía inducida en él por la fuerza restauradora de Coulomb además de su masa en reposo, la mitad de la cual es su energía de momentum que tiene en cuenta la mecánica cinemática, y que es la segunda mitad de esta energía inducida de la que no era consciente, proporcionada por la ecuación de fuerza de Lorentz o la ecuación de aceleración fundamental  $F=ma$ , la que está en el origen de su frecuencia de oscilación de  $\nu=6,579683918E15$  Hz en modo estacionario entre estados de campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  localizados, como se analiza en las Referencias [36] [37].

Tampoco se comprendía aún que el protón central no es una partícula elemental, sino un sistema de partículas electromagnéticas elementales colisionables, cargadas y masivas, con características de masa y carga similares a las del electrón, del mismo modo que el sistema solar no es un cuerpo celeste, sino un sistema de cuerpos celestes, lo que reveló que estos subcomponentes internos colisionables, cargados y masivos del protón también se estabilizan en diversos estados estacionarios de resonancia electromagnética entre estados de campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  localizados según cada una de sus frecuencias locales.

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

La existencia física confirmada de una estructura interna multipartícula colisionable del protón – y del neutrón – no se estableció experimentalmente hasta mucho más tarde, en la segunda mitad de la década de 1960, durante los primeros años de funcionamiento del Acelerador Lineal de Stanford (SLAC – por sus siglas en inglés), que fue el primer acelerador capaz de acelerar electrones o positrones con energía suficiente para penetrar en el volumen del nucleón – contra el que rebotan cuando no están suficientemente energizados – para colisionar de forma no destructiva y altamente inelástica contra sus subcomponentes internos cargados y masivos, en adelante denominados quarks Arriba y quarks Abajo, de acuerdo con la teoría de Murray Gell-Mann y George Zweig, como se revela en la Referencia [39] y se analiza en la Referencia [40]. La gran diferencia entre las colisiones destructivas y no destructivas se analiza en las Referencias [17] [18].

Sin duda, al lector le interesará saber que actualmente se está llevando a cabo un proyecto en el Brookhaven National Laboratory [41] para construir un nuevo colisionador enteramente dedicado al estudio de las estructuras internas colisionables de los nucleones mediante colisiones no destructivas, reviviendo así el método de más baja energía utilizado durante un breve periodo de tiempo en la instalación SLAC en los años sesenta. Todos los aspectos de la puesta en marcha de esta nueva instalación, el Colisionador Electrones-Iones (EIC), y los diversos programas que se están definiendo actualmente, se describen en la Referencia [42]. Debe señalarse que la exploración continuada de sucesos de colisión altamente inelásticos, tal y como se informa en la instalación SLAC en la Referencia [39], será uno de los principales objetivos del proyecto EIC.

Otra cuestión se refiere al modo en que los electrones se organizan en capas en los átomos, que aún no se comprendía claramente en las primeras fases del desarrollo de la mecánica cuántica, y que está relacionada con la observación de que los electrones sólo se estabilizan por parejas en los orbitales electrónicos de los átomos. Una vez que dos electrones se emparejan en un átomo, ningún otro electrón puede ocupar ese orbital.

Dado que la ecuación de Schrödinger sólo explica y mide directamente la energía del momentum de los electrones en movimiento, se supuso que debían girar perpendicularmente a la dirección de movimiento del electrón. Dado que los únicos sentidos de rotación mecánicamente posibles en torno a un eje de rotación determinado son el de las agujas del reloj y el del contrario, Dirac propuso que sólo un electrón que girase en sentido contrario a las agujas del reloj podría emparejarse con un electrón que girase en sentido de las agujas del reloj para llenar un orbital, lo que dio lugar a la definición de un *número cuántico* con sólo dos valores. A la rotación en el sentido de las agujas del reloj se le asignó el valor  $+1/2$ , y a la rotación en sentido contrario se le asignó el valor  $-1/2$ , que es el origen del término "espín" dado a esta característica del comportamiento de los electrones en los átomos.

Pero ahora comprendemos mejor que los electrones son de naturaleza electromagnética y que, por tanto, cada uno de ellos tiene un campo magnético local, lo que significa que interactúan como pequeños imanes cuando están lo suficientemente cerca, a pesar de que sus cargas eléctricas del mismo signo se repelen mutuamente. Por tanto, su emparejamiento se explica más lógicamente por la alineación magnética antiparalela de los campos magnéticos de dos electrones. Los polos similares se repelen (orientación magnética paralela repulsiva, correspondiente a dos partículas interactuando

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

en  $+1/2$  orientación magnética o dos partículas interactuando en  $-1/2$  orientación magnética), y los polos opuestos se atraen (orientación magnética antiparalela atractiva, correspondiente a un par de partículas interactuando en  $+1/2$   $-1/2$  orientación magnética), como se establece en la Referencia [43] y se analiza completamente en la Referencia [13].

Aunque, tal y como están las cosas, la ecuación de Schrödinger e incluso la ecuación de Dirac que involucra el espacio de Hilbert son capaces de dar cuenta del complemento completo de energía de momentum  $\Delta K$  del electrón en movimiento o cautivo en orbitales atómicos, son incapaces de dar cuenta mecánicamente del movimiento zitterbewegung  $\Delta Z$  del electrón que surge de la interacción magnética entre el campo  $\mathbf{B}$  del electrón y el elemento  $\Delta \mathbf{B}$  de su energía portadora, como se analiza en las Referencias [24] [25], ambos campos oscilan a frecuencias diferentes, el campo  $\mathbf{B}$  de la masa en reposo del electrón oscila a la frecuencia fija  $\nu = m_0 c^2 / h = 1,235589976 \text{E}20$  Hz, mientras que la frecuencia de oscilación del campo  $\Delta \mathbf{B}$  de su energía portadora varía con la cantidad de energía inducida en él en cualquier instante dado, la frecuencia del batido que resulta que varía con la velocidad, resultante de su interacción a estas diferentes frecuencias, se entiende ahora como la causa directa del movimiento de zitterbewegung del electrón, que ahora se entiende como que no es estocástico, sino un batido multifrecuencial claramente definido.

En efecto, el fundamento mecánico clásico de la ecuación de Schrödinger, vinculado de forma incompleta al electromagnetismo a través de su relación con el plano complejo, tal como se pone en perspectiva en la referencia [35], no permite aplicar ingeniería inversa a fin de establecer a las características de resonancia electromagnética del electrón a partir de las características de su función de onda, que es la desconexión que Feynman observó en 1964 y que impidió que la Mecánica Cuántica estuviera completamente sincronizada con el electromagnetismo [44]:

*"There are difficulties associated with the ideas of Maxwell's theory which are not solved by and not directly associated with quantum mechanics...when electromagnetism is joined to Quantum Mechanics, the difficulties remain."*

Richard Feynman (1964) ([44], Vol. II, p. 28-1)

*"Las ideas de la teoría de Maxwell plantean dificultades que no se resuelven en la mecánica cuántica ni se asocian directamente con ella... cuando el electromagnetismo se asocia con la Mecánica Cuántica, las dificultades persisten."*

Tanto más cuanto que, como hemos visto, la ecuación de onda no representa al electrón en movimiento propiamente dicho, sino sólo el volumen de espacio que el *grupo de ondas* que representa su energía cinética de momentum visita en el transcurso del tiempo mientras que se encuentra en el orbital del estado fundamental del átomo de hidrógeno.

Para hacernos una idea del reto al que se ha enfrentado la comunidad al intentar aplicar ingeniería inversa a la causa del estado de resonancia del electrón en el átomo de hidrógeno, veamos cómo la naturaleza del resonador que genera un volumen de resonancia bien entendido en la mecánica clásica puede comprenderse fácilmente mediante la ingeniería inversa.

## *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

¿Quién no ha observado cómo una cuerda de guitarra que acaba de ser punteada prácticamente desaparece de la vista al *visitar* transversalmente, por así decirlo, un volumen muy característico del espacio, que es su *volumen de resonancia*, que también puede representarse mediante una ecuación de ondas?

En este caso, obviamente sabemos de antemano que el resonador es una cuerda elástica continua fijada por ambos extremos, porque podemos ver la cuerda en reposo, y aunque parece prácticamente desaparecer cuando vibra, también sabemos que la cuerda sigue existiendo físicamente, aunque apenas podamos verla ya, ya que oscila momentáneamente en la dirección transversal, demasiado deprisa para que podamos verla realmente.

También podemos imaginar que una persona que nunca haya visto una guitarra ni ningún otro instrumento de cuerda, pero que sea un experto en matemáticas, y a quien se le muestre la ecuación de onda muy característica que describe el volumen de resonancia estacionario de la cuerda, podría – tras observar cuidadosamente la disminución simétrica hacia cero de la amplitud del volumen de resonancia a ambos lados de su valor máximo – deducir que este volumen de resonancia sólo podría haber sido producido por una cuerda elástica continua anclada en posiciones fijas en ambos extremos, descubriendo y comprendiendo así la naturaleza de un resonador del que hasta entonces no había sabido nada.

No ocurre lo mismo con la ecuación de Schrödinger, ya que los puntos de anclaje electromagnéticos del resonador responsable del volumen de resonancia considerado no están convenientemente situados fuera de este volumen de resonancia, como en el caso de la cuerda de guitarra, sino dentro de él, lo que no proporciona ninguna pista que pueda ayudar a reconocer la existencia misma del resonador y, en consecuencia, su relación con el electromagnetismo. Por ello, el único punto de partida posible para reconstruir por ingeniería inversa la relación entre el volumen del espacio definido por las ecuaciones de Schrödinger y Dirac, por una parte, y el electromagnetismo, por otra, es el conjunto de características electromagnéticas confirmadas de la energía de la que se componen la masa en reposo del electrón y de su energía portadora.

En el caso del electrón cautivo en el volumen de resonancia que visita cuando está estabilizado en el estado fundamental del átomo de hidrógeno aislado, por ejemplo, se sugirió en 2013 en la Referencia [43] restringir la extensión probabilista de sus posibles localizaciones en el estado fundamental a los límites del volumen cilíndrico definido por la ecuación de Schrödinger alrededor de la órbita media de Bohr en el plano complejo [35], en lugar de extenderlo a  $+y - \infty$ , para tener en cuenta los límites impuestos por su inercia durante las secuencias de aceleración y deceleración transversales a las que se ve sometido al oscilar a ambos lados del radio medio de Bohr, estando el conjunto de localizaciones más probables en promedio al nivel del radio de Bohr:

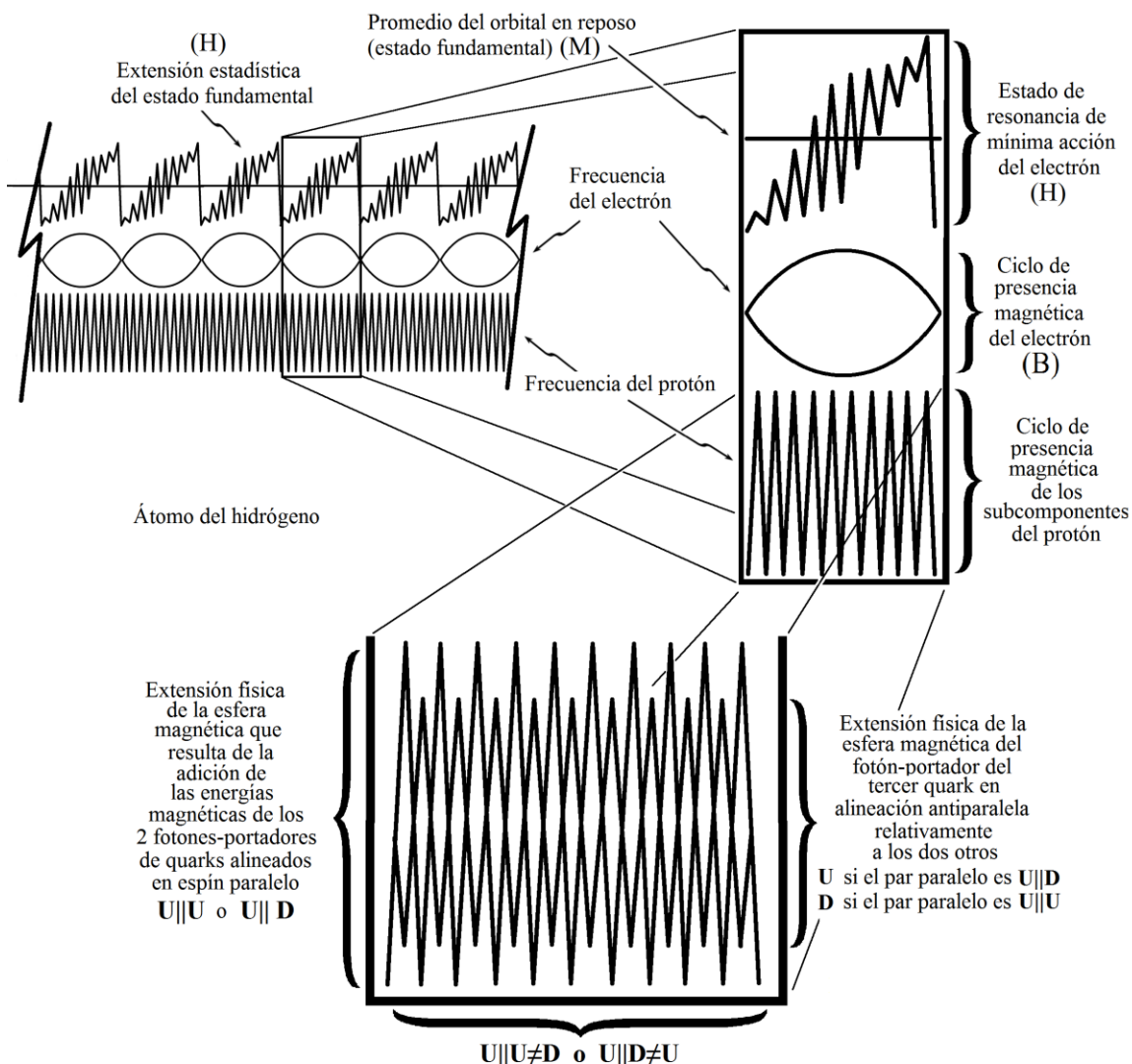
$$\int_r^R |\Psi_{(x,t)}|^2 dVdt = 1 \quad (27)$$

Por supuesto, dada las constantes interacciones con la materia circundante, es probable que este volumen cilíndrico anular se extienda en realidad en el límite en un volumen 3D circunscrito por las superficies de dos esferas concéntricas cuyos radios interior y exterior podrían etiquetarse como  $r$  y  $R$  a ambos lados del radio de Bohr. En consecuencia, es

### Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg

exclusivamente a este volumen situado a la distancia  $r$  del protón central, representado por el producto de su función compleja con su conjugado  $\Psi^*\Psi$  en la ecuación (27), al que debe aplicarse la condición de normalización, ya que cualquier otra ubicación en el espacio resulta físicamente imposible para el electrón en el estado fundamental del átomo de hidrógeno, debido a su inercia.

Como se analiza en la Referencia [45], fue sólo después de que se comprendió que la estructura electromagnética tresespacial de la masa en reposo del electrón es idéntica a la del fotón de doble partícula de de Broglie, pero completamente rotada en  $90^\circ$  para estabilizarse completamente en el *plano complejo* YZ dentro de los *complejos espacios* Y y Z en comparación con la estructura electromagnética tresespacial del fotón, que se estabiliza en el plano YX con sólo su energía de momentum residiendo dentro del *espacio X normal*, como se pone en perspectiva final en la Referencia [35], que se hizo posible entender la mecánica del estado de resonancia del electrón en el estado fundamental del átomo de hidrógeno, como se resume con la **Figura 2**.



**Figura 2:** Establecimiento del estado de resonancia de acción estacionaria del electrón en el átomo de hidrógeno.

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

En 1998 se realizó un experimento para estudiar la interacción entre imanes cuyos dos polos coinciden con el centro geométrico de cada imán, partiendo de la hipótesis de que estos imanes se comportarían magnéticamente al interactuar entre sí de forma similar a los electrones que interactúan magnéticamente entre sí, dado que la localización puntual en el espacio del *centro-de-presencia* de cada electrón durante todos los experimentos de colisión implica que los dos polos de cada uno de sus campos magnéticos deben coincidir por estructura con dicho *centro-de-presencia*.

Los datos recogidos durante el experimento y las conclusiones resultantes se publicaron en 2013 [43], y revelaron una serie de características sorprendentes, la primera de ellas que dichos imanes interactúan en función de la inversa del cubo de la distancia que los separa, lo que se confirmó en el caso de los electrones menos de un año después, en 2014, con la publicación del informe de un experimento realizado con electrones reales por el equipo de Kotler et al [46].

Sin embargo, la observación más sorprendente fue la confirmación experimental de que para los imanes en los que ambos polos coinciden con su centro geométrico, lo que también se aplica por estructura a los electrones, sus polos sólo pueden estar presentes en alternancia, al contrario que en los imanes de barra, por ejemplo, en los que ambos polos están situados estáticamente a cierta distancia el uno del otro. En la Referencia [13] se ofrece un estudio comparativo de ambos tipos de imanes.

En el caso particular de los electrones y de todas las demás partículas electromagnéticas elementales cuyo *centro-de-presencia* puede establecerse por colisión directa, como los quarks arriba y abajo, la implicación es que su campo magnético oscila físicamente entre estados de atracción y repulsión relativos a la frecuencia vinculada a la energía de la que está compuesta su masa en reposo. Dado que también se sabe que sus fotones-portadores son de naturaleza electromagnética, desde el descubrimiento por Marmet en 2003 [38] de la relación entre el aumento del campo magnético del electrón durante la aceleración y el aumento de masa proporcionado por su energía portadora, esta condición también se aplica a ellos.

En cuanto a las posibles configuraciones de los campos magnéticos de los tres quarks del protón, dado que su número impar siempre garantiza que cuando uno esté en modo repelente, los otros dos estarán en modo atrayente por estructura, y al revés, que es una condición analizada y explicada en la Referencia [43], lo que también significa que si el campo magnético del electrón cautivo en un átomo de hidrógeno no es repelido por el único campo magnético del quark impar fuera, será repelido por los otros dos, y al revés, que es lo que se ilustra en la **Figura 2**.

Después de que el experimento [43] revela que la interacción entre los campos magnéticos de los subcomponentes internos del protón sólo podía interactuar en alineación de espín magnético paralelo en constante oscilación predominantemente repulsiva por defecto respecto al del electrón, como se ilustra en la **Figura 2**, quedó claro que sólo la presión aplicada constantemente por la energía de momentum del electrón dirigida hacia el protón mantenía cautivo al electrón a la distancia media del radio de Bohr del protón, y que era la interacción de esta presión de la energía de momentum del electrón contra la contrapresión de los campos magnéticos mutuamente repelentes y en constante oscilación del electrón y de los subcomponentes del protón lo que lo mantenía en el estado de resonancia descubierto por de Broglie dentro del volumen definido por la

## *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

ecuación de Schrödinger. La mecánica de este estado de resonancia se analiza en detalle en las referencias [24] [25].

### **5. La estabilidad del átomo de hidrógeno**

En la **Figura 2**, la secuencia central "B" representa simbólicamente una muestra arbitraria de 6 ocurrencias de la variación de intensidad de la presencia esférica de la energía magnética del electrón en función de su frecuencia. En términos simplificados, cada una de estas 6 ocurrencias se compara en la secuencia inferior con más de 600 ocurrencias de la variación en intensidad de la presencia esférica de la energía magnética de los 3 fotones-portadores que transportan los tres subcomponentes electromagnéticos colisionables del protón en función de sus propias frecuencias.

Por lo tanto, el estado de equilibrio orbital de acción estacionario del electrón se establece por el hecho de que la energía del semicuantum de momentum  $\Delta K$  de su fotón-portador se frena alternativamente en su movimiento hacia el protón, cuando la interacción magnética se vuelve repulsiva entre las esferas de energía magnética del electrón y una de las esferas de energía magnética del protón, y luego se libera de esta contrapresión cuando la interacción magnética se vuelve atractiva entre las esferas magnéticas implicadas.

Como se ilustra en la **Figura 2**, durante cada uno de los 600 ciclos magnéticos del fotón-portador de un subcomponente del protón, la esfera magnética "B" del electrón será empujada axialmente mas lejos del protón por una distancia  $\Delta d$  durante la mitad del ciclo de presencia magnética del fotón-portador del subcomponente del protón durante el cual su alineación de espín es paralela, por lo tanto repulsiva, y como el electrón estará más alejado del protón cuando la relación se hace antiparalelamente atractiva durante el mismo lapso de tiempo, será físicamente imposible traerlo de vuelta axialmente la distancia completa  $-\Delta d$  antes de que se inicie el siguiente ciclo de inversión magnética del protón, ya que la fuerza magnética inversa del cubo será más débil en ese punto más alejado del protón al comienzo de la fase antiparalela atractiva de lo que era al comienzo de la fase paralela repulsiva anterior.

En consecuencia, y por estructura, dada que la función de atracción inversa del cubo actúa más débilmente por el aumento de la distancia al comienzo de la fase atractiva, el electrón sólo puede retroceder axialmente hasta la distancia  $-(\Delta d - \Delta(\Delta d))$  antes de que se inicie el siguiente ciclo de inversión magnética del protón, lo que hará que se aleje progresivamente del protón en cada secuencia de inversión de polaridad de los espines magnéticos relativos entre el campo magnético del electrón y los del protón para cada una de las aproximadamente 600 ocurrencias de los ciclos magnéticos de los subcomponentes del protón enfrentados, hasta que la presencia de energía magnética "B" del electrón momentáneamente se reduzca a cero, durante el cual sólo estará activa la energía de momentum  $\Delta K$  del fotón-portador del electrón, permitiendo que el electrón se mueva libremente hacia el protón hasta donde lo lleve la ley inversa del cuadrado de Coulomb, hasta que comience de nuevo el siguiente ciclo de presencia magnética "B" del electrón, y comience de nuevo toda la secuencia magnética "B" predominantemente repulsiva con respecto a los campos magnéticos de los subcomponentes internos del protón, como se muestra en la **Figura 2**.

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

Por supuesto, el estado resonante real del electrón en el orbital de acción estacionario del átomo de hidrógeno, o en cualquier otro átomo, será mucho más complejo que este ejemplo limitado, que sólo pretende describir sumariamente la mecánica fundamental de la interacción magnética entre la secuencia de energía magnética "B" del electrón y su energía de momentum  $\Delta K$ , por un lado, y la energía magnética predominantemente repulsiva por defecto de los fotones-portadores de los subcomponentes colisionables del protón, por otro parte. Es evidente que el volumen exacto de resonancia en el que se circunscribirá cada partícula electromagnética elemental masiva del átomo de hidrógeno, a saber, un electrón, un quark abajo y dos quarks arriba, sólo podrá determinarse en última instancia mediante un estudio minucioso de todas las interacciones electromagnéticas entre estas partículas y sus fotones-portadores.

Dado que la distancia media de equilibrio a la que este proceso obliga al electrón en movimiento a estabilizarse en el átomo de hidrógeno coincide con la región más densa de la distribución probabilística del método estadístico de Heisenberg, parecería que la trayectoria axial del electrón a ambos lados de esta distancia media en el volumen que el electrón puede así visitar en función de su masa relativista variable e inercia en cualquier instante dado, debería corresponder directamente a la distribución de probabilidad de Heisenberg de todas las posibles ubicaciones instantáneas en las que se puede calcular que se encuentra el electrón durante repetidos colapsos teóricos de la función de onda en su forma actual [27] [31], y cuyo batido axial cuantizado puede sin duda relacionarse con las regularidades de la estructura fina del espectro del hidrógeno, que Sommerfeld asoció por primera vez con una hipotética órbita elíptica que seguiría el electrón, en su intento de explicar el fraccionamiento fino de las principales líneas espectrales ([9], p. 114).

Así, el muy limitado volumen de resonancia descrito por la Ecuación (27), dentro del cual el electrón se mantiene en esta precisa trayectoria zigzagueante, está determinado en todas las circunstancias por la constante interacción entre su momentum  $\Delta K$  que lo empuja constantemente hacia el protón, y la secuencia precisa de contrapresión de repulsión mutua permanente entre los campos magnéticos alineados paralelos de espín predominantemente repulsivos por defecto entre el electrón y los subcomponentes internos del protón, como se estableció en el experimento fundador del modelo tresespacial [43].

Debería ser bastante obvio que este tipo de interacción de resonancia, que implica que la energía de momentum  $\Delta K$  del electrón está permanentemente orientada hacia el protón, es decir, no a lo largo de la trayectoria idealizada de Bohr alrededor del protón como todavía se suponía a principios del siglo XX, no implica en absoluto que el electrón tenga que estar en una órbita cerrada alrededor del protón para mantenerse permanentemente a una cierta distancia del protón, en este caso al radio medio de Bohr  $a_0$  en el átomo de hidrógeno aislado. Esto significa, por supuesto, que esta interacción seguirá siendo válida incluso para dos electrones en un enlace covalente entre dos átomos de hidrógeno, incluso si los electrones se limitan a oscilar localmente a medio camino entre los dos protones en cuestión, así como en todas las demás relaciones estables en las que los electrones están implicados con otras partículas electromagnéticas.

Cabe señalar aquí que la proyección registrada durante el experimento de Aneta Stodolna et al. [47] consistió en decenas de miles de órbitas del electrón alrededor del núcleo inmovilizado, por lo que es lógico que en la grabación aparezca una aparente nube

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

probabilística dentro de los límites  $r$  y  $R$  del *anillo de probabilidad* del estado fundamental debido al desplazamiento de  $8,734668247E-14$  m desde el inicio del ciclo magnético 138 del electrón en cada órbita sucesiva, como se analiza en la Referencia [43], y también para los demás orbitales metaestables a los que el electrón se desplazó fugazmente antes de volver al orbital de reposo, como resultado de la excitación estocástica por energía parásita del entorno,

Sin embargo, a pesar de la aparente complejidad de los miles de trazos superpuestos registrados en el experimento de Stodolna et al. [47], no parece irrealista pensar que, sobre la base del equilibrio electromagnético de acción estacionaria revelado por el modelo tresespacial, podría llegar a ser posible calcular con gran precisión todas las localizaciones futuras físicamente posibles de un electrón localizado en la distribución estadística de la Mecánica Cuántica en un átomo de hidrógeno aislado, tomando como punto de partida cualquier punto arbitrariamente elegido de la órbita en zigzag del electrón dentro de los límites fijados por su inercia y su secuencia de aceleraciones y desaceleraciones transversales para una órbita dada, acabando así con el reinado incondicional del principio de incertidumbre de Heisenberg.

Tanto más cuanto que, contrariamente al mantra de la interpretación de Copenhague de la Mecánica Cuántica en el sentido de que si la localización de un electrón se determina mediante un "colapso" de la *función de onda – paquete de ondas* – no sería posible conocer simultáneamente su energía de momentum, porque, dado que cuando se determina la distancia desde el protón central a la que se encuentra un electrón, incluso momentáneamente, en su trayectoria axialmente zigzagueante como se ha descrito anteriormente, entonces su energía de momentum a esta distancia puede calcularse fácilmente mediante la Ecuación (8) de Coulomb, ya que se conocen las cargas invariantes tanto del electrón como del protón.

## **6. Conclusión**

La suposición de larga data e injustificada por parte de la comunidad de teóricos de que siempre se utilizan valores numéricos correctos al resolver ecuaciones bien establecidas ha sido fuente de mucha confusión a lo largo de la historia, como puede verse en el caso de la velocidad de la *onda de fase* analizada en la **Sección 2**, y también en el caso de la relación entre la fuerza de Coulomb y la fuerza gravitatoria analizada en la referencia [19].

Esta confusión ha durado un siglo entero en el caso de la velocidad de la *onda de fase*, lo que ha contribuido al establecimiento del Principio de Incertidumbre como principio axiomático ontológico, limitando así enormemente el alcance de los proyectos de investigación en física fundamental, al menos para el nivel subatómico de magnitud, y durante mucho más tiempo en el caso de la relación entre la fuerza de Coulomb y la fuerza gravitatoria, retrasando indebidamente cualquier investigación coherente sobre la gravitación.

Es de esperar que la detección de estos valores erróneos en dos secuencias de derivación cruciales de la física fundamental mediante la simple realización de una cuidadosa verificación numérica de todos los parámetros implicados anime a los teóricos a llevar a cabo dicha verificación numérica completa de todos los parámetros utilizados

### *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

en futuros desarrollos de la física fundamental.

En conclusión, aunque los teóricos de los años 1920 no tenían ninguna duda de que la frecuencia de la energía inducida en el electrón cuando se encuentra en el estado fundamental del átomo de hidrógeno, era sólo  $\nu=3,289841958E15$  Hz – es decir, la mitad de la frecuencia real que ahora sabemos que está implicada – esto no puede ser percibido como un error por su parte, porque no había manera de que siquiera sospecharan lo contrario a partir de los datos experimentales que estaban a su disposición. Y lo mismo puede decirse de toda la comunidad, en ausencia de cualquier referencia a los experimentos de Kaufmann en cualquier obra de referencia.

Incluso la información de que los datos recogidos por Kaufmann en los primeros años del siglo XX habían sido excluidos del desarrollo de la teoría de la Relatividad Especial sólo se conoció de forma muy discreta e indirecta en 1982 a través de un comentario aparentemente inocuo que se cita en la página 159 de la biografía de Abraham Pais sobre Einstein [4], y no se ha documentado en ningún otro lugar de la literatura formal.

Además, la pertinencia de estos datos para establecer experimentalmente que la cantidad real de energía inducida en las partículas cargadas por la interacción de Coulomb es el doble de la cantidad de energía cinética medible del momentum, salió a la luz sólo en 2003 con el descubrimiento por Marmet ([38], Ecuación 23) de que la energía creciente correspondiente al aumento del campo magnético medible para electrones en proceso de aceleración sólo podía ser la misma energía que explica el aumento de su masa relativista con la velocidad, como se pone en perspectiva en las Referencias [36] [37].

Este valor erróneo de la frecuencia en el que de Broglie, Heisenberg, Schrödinger y luego también Feynman basaron sus contribuciones a la Mecánica Cuántica, así como todos los demás contribuyentes a la teoría cuántica, no les impidió dejarnos una maravillosa herencia de herramientas matemáticas que seguirán siendo útiles. La ecuación de Schrödinger, en particular con la adición del plano complejo a su solución, allanó el camino para que con el tiempo se estableciera una armonización más clara entre la teoría cuántica y el electromagnetismo, como se pone en perspectiva en la Referencia [35].

## Referencias

- [1] Heisenberg, W. (1925) *Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen*. Zeitschrift für Physik. Volume 33, S. 879-893, (1925).  
<http://www.psiquadrat.de/downloads/heisenberg1925.pdf>
- [2] Heisenberg, W. (1972) *Der Teil und das Ganze*. H. Piper und Co. Verlag, München.
- [3] Feynman, R. (1949) *Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics*, Phys. Rev. 76, 769 (1949).  
<https://journals.aps.org/pr/pdf/10.1103/PhysRev.76.769>
- [4] Pais, A. (2008) *Subtle is the Lord: The Science and the Life of Albert Einstein*. Oxford University Press. 2008.
- [5] Michaud, A. (2022) *Demystifying the Lorentz Force Equation*. Journal of Modern Physics, **Vol.13 No.5, May 2022**, DOI: [10.4236/jmp.2022.135046](https://doi.org/10.4236/jmp.2022.135046)  
[https://www.scirp.org/pdf/jmp\\_2022053015080692.pdf](https://www.scirp.org/pdf/jmp_2022053015080692.pdf)
- [6] De Broglie, L. (1925) *Recherche sur la théorie des quanta*, Annales de Physique, Masson & Cie, Éditeurs. Paris.  
<https://theses.hal.science/file/index/docid/47078/filename/tel-00006807.pdf>
- [7] De Broglie, L. (2021) *Research on the Theory of Quanta*, Minkowski Institute Press. Edited by Vesselin Petkov. Montreal. Canada. <https://www.amazon.ca/Research-Theory-Quanta-Louis-Broglie/dp/1927763983?asin=1927763983&revisionId=&format=4&depth=1>
- [8] Schrödinger, E. (1926) *An Undulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules*. The Physical Review. Second Series, December, 1926. Vol. 28, No. 6.  
<https://web.archive.org/web/20081217040121/http://home.tiscali.nl/physics/HistoricPaper/Schroedinger/Schroedinger1926c.pdf>
- [9] Eisberg, R., and Resnick, R. (1985) *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles*. 2nd Edition, John Wiley & Sons, New York.
- [10] Einstein, A. (1905a) *Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt*. *Annalen der Physik*, vol. 17, n° 6, 1905, p. 132–148. (DOI [10.1002/andp.19053220607](https://doi.org/10.1002/andp.19053220607),  
<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/andp.19053220607>  
[https://users.physik.fu-berlin.de/~kleinert/files/eins\\_lq.pdf](https://users.physik.fu-berlin.de/~kleinert/files/eins_lq.pdf)
- [11] Planck, M. (1900b) *Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum*. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*. **2**: 237.  
<https://archive.org/stream/verhandlungende01goog#page/n246/mode/2up>
- [12] Wien, W. (1893). *Eine neue Beziehung der Strahlung schwarzer Körper zum zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie*, *Sitzungsberichte der Königlich-Preußischen Akademie der Wissenschaften* (Berlin), 1893, 1: 55–62.  
<https://www.biodiversitylibrary.org/item/93363#page/9/mode/1up>

## Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg

- [13] Michaud, A. (2023) *Electromagnetic and Kinematic Mechanics Synchronized in their Common Vector Field: A Mathematical Relation*, Journal of Modern Physics, **14**, 876-932. doi: [10.4236/jmp.2023.146051](https://doi.org/10.4236/jmp.2023.146051).  
[https://www.scirp.org/pdf/jmp\\_2023053016192489.pdf](https://www.scirp.org/pdf/jmp_2023053016192489.pdf)
- [14] Einstein, A. (1910) *Le Principe de relativité et ses conséquences dans la physique moderne*. Traduit de l'allemand par E. Guillaume. Archives des sciences physiques et naturelle 29 (1910): 5-28; 125-144.  
<https://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol3-doc/169>  
<https://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol3-doc/193>
- [15] Einstein, A. (1910) *The Principle of Relativity and its Implications in Modern Physics*. In: Vesselin Petkov, Editor. Relativity: Meaning and Consequences for Modern Physics and for our Understanding of the World. Minkowski Institute Press. Montreal. Canada. 2021.  
<http://www.minkowskiinstitute.org/mip/books/einstein2.html>
- [16] Michaud, A. (2023) *Introduction to Synchronized Kinematic and Electromagnetic Mechanics*, Journal of Modern Physics, **14**, 876-932. doi: [10.4236/jmp.2023.146051](https://doi.org/10.4236/jmp.2023.146051).[https://www.scirp.org/pdf/jmp\\_2023053016192489.pdf](https://www.scirp.org/pdf/jmp_2023053016192489.pdf)
- [17] Michaud, A. (2017) *The Last Challenge of Modern Physics*. J Phys Math 8: 217. doi: 10.4172/2090-0902.1000217.  
<https://www.hilarispublisher.com/open-access/the-last-challenge-of-modern-physics-2090-0902-1000217.pdf>
- [18] Michaud, A. (2021) *The Last Challenge of Modern Physics: Perspective to Concept and Model Analysis*. In: Dr. Jelena Purenovic, Editor. Newest Updates in Physical Science Research Vol. 4, 1–29.  
<https://stm.bookpi.org/NUPSR-V4/article/view/1640>
- [19] Michaud, A. (2013) *Unifying All Classical Force Equations*. International Journal of Engineering Research and Development e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN: 2278-800X. Volume 6, Issue 6 (March 2013), PP. 27-34.  
<http://www.ijerd.com/paper/vol6-issue6/F06062734.pdf>
- [20] Michaud, A. (2007) *Field Equations for Localized Individual Photons and Relativistic Field Equations for Localized Moving Massive Particles*, International IFNA-ANS Journal, No. 2 (28), Vol. 13, pp. 123-140, Kazan State University, Kazan, Russia.  
[https://www.researchgate.net/publication/282646291\\_Field\\_Equations\\_for\\_Localized\\_Photons\\_and\\_Relativistic\\_Field\\_Equations\\_for\\_Localized\\_Moving\\_Massive\\_Particles](https://www.researchgate.net/publication/282646291_Field_Equations_for_Localized_Photons_and_Relativistic_Field_Equations_for_Localized_Moving_Massive_Particles)
- [21] Michaud, A. (2016) *On Adiabatic Processes at the Elementary Particle Level*. J Phys Math 7: 177. doi:10.4172/2090-0902.1000177.  
<https://projecteuclid.org/journals/journal-of-physical-mathematics/volume-7/issue-2/On-Adiabatic-Processes-at-the-Elementary-Particle-Level/10.4172/2090-0902.1000177.full>

## Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg

- [22] Michaud, A. (2021) *On Adiabatic Processes at the Subatomic Level*. In: Dr. Jelena Purenovic, Editor. *Newest Updates in Physical Science Research* Vol. 4, 30–62. <https://doi.org/10.9734/bpi/nupsr/v4/1978F>  
<https://stm.bookpi.org/NUPSR-V4/article/view/1641>
- [23] Einstein, A., Schrödinger, E., Pauli, W., Rosenfeld, L., Born, M., Joliot-Curie, I. & F., Heisenberg, W., Yukawa, H., et al. (1953) *Louis de Broglie, physicien et penseur*. Éditions Albin Michel, Paris.
- [24] Michaud, A. (2018) *The Hydrogen Atom Fundamental Resonance States*. *Journal of Modern Physics*, 9, 1052-1110. doi: 10.4236/jmp.2018.95067.  
<https://www.scirp.org/journal/paperinformation.aspx?paperid=84158>
- [25] Michaud, A. (2020) *An Overview of The Hydrogen Atom Fundamental Resonance States*. In: Dr. Mohd Rafatullah, editor. *New Insights Into Physical Science* Vol. 6. West Bengal, India: Book Publisher International. 2020.  
<http://bp.bookpi.org/index.php/bpi/catalog/book/265>
- [26] Kaufmann, W. (1901) *Die magnetische und elektrische Ablenkbarkeit der Bequerelstrahlen und die Scheinbare Masse der elektronen*. Vorgelegt in der Sitzung vom 8. November 1901. *Göttinger Nachrichten, Math.-phys. Klasse*, Jg. 1901, S. 143–155.  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/62/Kaufmann\\_magnetische\\_und\\_elektrische\\_Ablenkbarkeit\\_der\\_Bequerelstrahlen\\_1901.pdf](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/62/Kaufmann_magnetische_und_elektrische_Ablenkbarkeit_der_Bequerelstrahlen_1901.pdf)
- [27] Kaufmann, W. (1903) *Über die "Elektromagnetische Masse" der Elektronen*, Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften *Nachrichten, Mathem.-Phys. Klasse*, pp. 91-103.  
[http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PPN=PPN252457811\\_1903&DMDID=DMDLOG\\_0025](http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PPN=PPN252457811_1903&DMDID=DMDLOG_0025)
- [28] Kaufmann, W. (1902a) *Über die electromagnetische Masse des Elektrons*. *Göttinger Nachrichten* (5): 291–296.  
<http://www.digizeitschriften.de/dms/img/?PID=GDZPPN002499444>
- [29] Kaufmann, W. (1902b) *Über die electromagnetische Masse des Elektrons*. *Physikalische Zeitschrift*, 4 (1b): 54–56  
[https://wikilivres.org/wiki/Die\\_elektromagnetische\\_Masse\\_des\\_Elektrons](https://wikilivres.org/wiki/Die_elektromagnetische_Masse_des_Elektrons)
- [30] Lorentz, H.A. (1904) *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light*, in: KNAW, *Proceedings*, 6, 1903-1904, Amsterdam, 1904, pp. 809-831.  
[https://en.wikisource.org/wiki/Electromagnetic\\_phenomena](https://en.wikisource.org/wiki/Electromagnetic_phenomena).
- [31] Schrödinger, E. (1952) *Are there quantum jumps?* *Brit. J. Philos. Sci.* 3 109,233.  
<https://philpapers.org/rec/SCHATQ-3>
- [32] Lorentz, H.A. (1895) *Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern*, Leiden — E. J. Brill.  
<https://archive.org/details/versucheinerthe00loregoog>  
[https://de.wikisource.org/wiki/Versuch\\_einer\\_Theorie\\_der\\_elektrischen\\_und\\_optischen\\_Erscheinungen\\_in\\_bewegten\\_K%C3%B6rpern](https://de.wikisource.org/wiki/Versuch_einer_Theorie_der_elektrischen_und_optischen_Erscheinungen_in_bewegten_K%C3%B6rpern)

## Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg

- [https://en.wikisource.org/wiki/Translation:Attempt\\_of\\_a\\_Theory\\_of\\_Electrical\\_and\\_Optical\\_Phenomena\\_in\\_Moving\\_Bodies](https://en.wikisource.org/wiki/Translation:Attempt_of_a_Theory_of_Electrical_and_Optical_Phenomena_in_Moving_Bodies)
- [33] De Broglie, L. (1993) *La physique nouvelle et les quanta*, Flammarion, France 1937, 2nd Edition 1993, with new 1973 Preface by Louis de Broglie. ISBN: 2-08-081170-3.
- [34] Michaud, A. (2000) *On an Expanded Maxwellian Geometry of Space*. Proceedings of Congress-2000 – Fundamental Problems of Natural Sciences and Engineering. (2000) Volume 1, St.Petersburg, Russia, pages 291-310.  
[https://www.researchgate.net/publication/357527119\\_On\\_an\\_Expanded\\_Maxwellian\\_Geometry\\_of\\_Space](https://www.researchgate.net/publication/357527119_On_an_Expanded_Maxwellian_Geometry_of_Space)
- [35] Michaud, A. (2024) *Evolution From the Complex Plane to the Quaternion Coordinate System to the Trispatial Geometry*. International Journal of Engineering Research and Development e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN: 2278-800X. March 2024. Volume 20, Issue 3. pp. 108-130.  
<http://www.ijerd.com/paper/vol20-issue3/2003108130.pdf>
- [36] Michaud, A. (2016) *On De Broglie's Double-particle Photon Hypothesis*. J Phys Math 7: 153. doi:10.4172/2090-0902.1000153.  
<https://www.hilarispublisher.com/open-access/on-de-broglies-doubleparticle-photon-hypothesis-2090-0902-1000153.pdf>
- [37] Michaud, A. (2021) *De Broglie's Double-Particle Photon*. In: Dr. Jelena Purenovic, Editor. *Newest Updates in Physical Science Research* Vol. 4, 63–102.  
<https://doi.org/10.9734/bpi/nupsr/v4/1979F>  
<https://stm.bookpi.org/NUPSR-V4/article/view/1642>
- [38] Marmet, P. (2003) *Fundamental Nature of Relativistic Mass and Magnetic Fields*. International IFNA-ANS Journal, No. 3 (19), Vol. 9. Kazan State University.  
<http://www.newtonphysics.on.ca/magnetic/index.html>
- [39] Breidenbach M. et al. (1969) *Observed Behavior of Highly Inelastic Electron-Proton Scattering*, Phys. Rev. Let., Vol. 23, No. 16, 935-939.  
<http://www.slac.stanford.edu/pubs/slacpubs/0500/slac-pub-0650.pdf>
- [40] Michaud, A. (2013) *The Mechanics of Neutron and Proton Creation in the 3-Spaces Model*. International Journal of Engineering Research and Development. e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN : 2278-800X, Volume 7, Issue 9. pp. 29-53.  
<http://www.ijerd.com/paper/vol7-issue9/E0709029053.pdf>
- [41] *The Electron-Ion Collider*. Brookhaven National Laboratory.  
<https://www.bnl.gov/eic/>
- [42] Burkert, V.D. (2022) *Precision Studies of QCD in the Low Energy Domain of the EIC*. arXiv:2211.15746v1 [nucl-ex] 28 Nov 2022.  
<https://arxiv.org/abs/2211.15746>
- [43] Michaud, A. (2013) *On The Magnetostatic Inverse Cube Law and Magnetic Monopoles*. International Journal of Engineering Research and Development e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN: 2278-800X. Volume 7, Issue 5. pp. 50-66.  
<http://www.ijerd.com/paper/vol7-issue5/H0705050066.pdf>

## *Análisis de los orígenes del Principio de Incertidumbre de Heisenberg*

- [44] Feynman, R.P., Leighton, R.B. and Sands, M. (1964) *The Feynman Lectures on Physics*. Addison-Wesley, Vol. II, p. 28-1.
- [45] Michaud, A. (2013) *The Mechanics of Electron-Positron Pair Creation in the 3-Spaces Model*. International Journal of Engineering Research and Development e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN: 2278-800X. Volume 6, Issue 10. pp. 01-10.  
<http://ijerd.com/paper/vol6-issue10/F06103649.pdf>
- [46] Kotler S., Akerman N., Navon N., Glickman Y., Ozeri R. (2014) *Measurement of the magnetic interaction between two bound electrons of two separate ions*. Nature magazine. doi:10.1038/nature13403. Macmillan Publishers Ltd. Vol. 510, pp. 376-380.  
[https://www.nature.com/articles/nature13403.epdf?referrer\\_access\\_token=yoC6RXrPyxwvQviChYrG0tRgN0jAjWel9jnR3ZoTv0PdPJ4geER1fKVR1YXH8GThqECstdb6e48mZm0qQo2OMX\\_XYURkzBSUZCrXM8VipvnG8FofxB39P4lc-1UIKEO1](https://www.nature.com/articles/nature13403.epdf?referrer_access_token=yoC6RXrPyxwvQviChYrG0tRgN0jAjWel9jnR3ZoTv0PdPJ4geER1fKVR1YXH8GThqECstdb6e48mZm0qQo2OMX_XYURkzBSUZCrXM8VipvnG8FofxB39P4lc-1UIKEO1)
- [47] A. S. Stodolna, A. S., Rouzée, E. et al. (2013) *Hydrogen Atoms under Magnification: Direct Observation of the Nodal Structure of Stark States*. Physical Review Letters. Volume 110, Issue 21, e213001.  
<https://hal.science/hal-03055046/document>  
<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.110.213001>